This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at http://books.google.com/

INSTITUTIONES MECHANICÆ.

Mechanica latiſſime ſumpta, eſt ſcientia de motu ac viribus motricibus. Vaſtiſſimus eſt hujuſce ſcientiæ ambitus; quem quia Elementaris Matheſeos anguſtiæ haud capiunt, Mechanicen cogimur preſſius hic accipere; atque ſub hujus notione vires duntaxat Machinarum vulgarium, Potentiarum plurium idem punctum trahentium facultates, ac gravium niſum lapſumque comprehendemus.

CAPUT I.
Theoria Vectis.

ARTICULUS I.
PRÆMITTUNTUR DEFINITIONES, AXIOMATA, POSTULATA.

DEFINITIONES.

§. 1. DEFINITIO I. *Directio*, vel *Linea Directionis* eſt Linea recta, ſecundum

Digitized by Google

quàm corpus, vel movetur, vel moveri nititur.

§. 2. DEFINITIO II: *Spatium* eſt illa Linea, quam Corpus, inſtar puncti conſideratum, percurrit.

§. 3. DEFINITIO III. *Celeritas* vel Velocitas eſt illa Corporis proprietas, qua certo tempore certum ſpatium percurrit.

§. 4. Imo. Ex ſpatiis intra certum tempus percurſis celeritatem metimur, & diverſas celeritates inter ſe comparamus. Ita ſi intra horæ unum Minutum ſecundum Corpus A percurrat unum pedem, B vero pedes tres; movebitur B triplo velocius ipſo A. IIdo. Perſiſtente eadem celeritate ſpatium percurſum augetur & multiplicatur adinſtar temporis. Unde ſi prædictum Corpus B uno min. 2da moveatur per tres pedes; idem intra 4 min. 2da percurret quater tres, i.e. 12 pedes. IIItio. Idcirco ſi iſtud ſpatium (12) dividas per tempus (4), innoteſcet celeritas (3). Pariter ſi ſpatium percurſum (12) dividas per celeritatem (3), invenietur tempus (4)*. IVto Quia quo celerius Corpus fertur, eo minore tempore, & quo tardius movetur, eo majore tempore indiget; hinc manente eodem ſpatio percurrendo, erunt celeritates in Ratione inverſa ſeu reciproca temporum.

* *Arithm. Prop.* 10.

§. 5. DEFINITIO IV. *Maſſa* eſt quantitas materiæ, quæ Corpus componit.

§. 6. DEFINITIO V. *Potentia* eſt vis, agens in obſtans Corpus, vel ad hoc ex loco movendum, vel ad ejus motum, quem actu habet, alterandum.

§. 7. Niſus, preſſio, ſolicitatio ad motum, quam Potentia aliqua exercet in obſtans Corpus, quin tamen actu ſequatur motus (qualis eſt E. G. in lapide in menſam gravitante, vel in elatere tenſo & ſeſe reſtituere conante,

Digitized by Google

aut in aqua ſtagnante oppoſitum clauſtrum perrumpere conante) vocatur *Vis Mortua*: quæ & ab aliis compellatur Vis initialis. At vis motrix cum motu actuali conjuncta, vocatur *Vis Viva*. Talis eſt in lapide deciduo, in aqua cum impetu per canalem proruente. Tab. I.

§. 8. DEFINITIO VI. *Gravitas* eſt conſtans niſus Corporum, libere ſibi commiſſorum, verſus Centrum Terræ.

§. 9. DEFINITIO VII. *Machinas* voco organa illa & inſtrumenta, quæ nobis ſerviunt vel ad gravia ponderanda, vel ad majores moles cum compendio virium temporisve movendas aut ſuſtinendas. Hujusmodi ſunt Vectis, Bilanx, Statera, Axis in peritrochio, Planum inclinatum, Trochlea, Cochlea, Cuneus.

§. 10. DEFINITIO VIII. *Vectis* eſt Pertica rigida, Corporibus vel movendis vel ſuſtinendis deſtinata, in cujus extremitatibus punctoque inter has intermedio diverſimode diſponuntur Potentia, Onus, Fulcrum. Ex triplici autem diſpoſitione triplex oritur vectis genus. * *Vectis primi generis* eſt, in cujus extremitatum una A applicatur Onus movendum vel ſuſtentandum, in altera B Potentia, in medio C fulcrum F, Græcis ὑπομόχλιον. Vectis iſte vocatur etiam *Heterodromus*, eoquod ejus puncta extrema moveantur in diverſas plagas. * *Vectis ſecundi generis* eſt, in cujus extremitatum una eſt Fulcrum, in altera Potentia, in medio Onus. Vocatur & *Homodromus*, quod & Pondus & Potentia in illo moveantur

*Fig. 2.

*Fig. 6.

Digitized by Google

Tab. I. unà verſus eandem plagam. *Vectis tertii generis* eſt, in cujus extremitatum una eſt Fulcrum, in altera Pondus, in medio Potentia.

*Fig. 2. * Punctum C, circa quod Vectis aut aliud quodvis Corpus movetur, vocatur *Centrum motûs*. *Diſtantia* Potentiæ & Oneris ſumitur ſemper a Vectis fulcro ſeu Centro motûs usque ad punctum, cui applicatur Potentia & onus. Sic *in Fig*, 2. Diſtantia Potentiæ P eſt CB, & Ponderis O eſt AC.

§. 11. DEFINITIO IX. Duæ vires ſunt *in æquilibrio*, quando, cum in ſe mutuo agunt, neutra valet alteram vincere. Atque tunc etiam dicuntur habere Momenta æqualia. *Momentum* autem vocamus illas vires, quas aliqua Potentia habet in præſente diſpoſitione: etenim ut poſtea patebit, idem corpus grave nunc majus nunc minus momentum obtinet, prout a fulcro magis minusve removetur.

§. 12. DEFINITIO X. *Linea Horizontalis* eſt, quæ lineam rectam e Centro Terræ eductam ſecat perpendiculariter. *Vel*, eſt Tangens Circuli e Centro Terræ deſcripti. Ipſa autem Linea e Terræ Centro educta vocatur *Verticalis*. Talem refert filum tenſum pondere appenſo & libere deorſum nitente ac quieſcente.

AXIOMATA.

§. 13. I. Si duæ actiones æquali niſu in ſe agentes ſervant æquilibrium; imminutâ unius reſiſtentiâ victoria erit penes alteram.

II. Si virtuti alicui motrici ſubſtituatur Potentia, viribus æqualis; idem effectus ſubſiſtet. Tab. I.

Sic ſi in Vecte AB * oneri O ſubſtituas in A manum hominis, tantundem deorſum urgentem quantum antea ipſum O; manebit idem, qui ante, effectus. *Fig. 2.

III. Actiones & vires; æqualia Corpora per æqualia ſpatia eodem tempore agentes, ſunt æquales.

IV. Vires oppoſitæ, æquilibrium inter ſe efficientes, ſunt æquales.

V. Cauſæ eſt proportionatus effectus, & effectui Cauſa. Sic Cauſa duplo triplove major producit effectum duplo triplove majorem.

VI. * Si Potentia P, directione BP trudat vel trahat Corpus vel lineam rigidam AB; eadem vi, qua punctum A trahitur, trahetur etiam quodvis aliud punctum intermedium *m* vel *n*, exiſtens intra eandem directionem AB. *Fig. 1.

COROLLARIUM. Manebit idem proinde effectus, ſive Potentia trahens applicetur puncto A, vel *m*, vel *n*; modo & eadem Potentia & in eadem directione perſeveret. Similiter ſi Potentia trahat per filum tenſum, idem effectus ſequitur, ſive trahat in fili hujus principio, ſive medio, ſive fine. Id quod & ab experientia certum exploratumque eſt.

OBSERVATIO.

§. 14. Ut Corpus celerius moveatur, indiget impetu majore.

Advertimus nempe, cum velocitate creſcere impetum. Hinc globus plumbeus ſclopeto excuſſus validiſſimo ictu frangit tibiam, quam nunquam lædet, dum manu projectus tardiore motu fertur.

Digitized by Google

Et globus e tormento bellico evibratus celeritate ſui motus adæquat vires ingentis Arietis murarii, tardius in murum impacti.

HYPOTHESES ET POSTULATA.

§. 15. I. Sermo hîc nobis duntaxat erit de Corporibus ſolidis. Nam de liquidis Hydroſtatica aget.

II. Abſtrahimus hîc a frictione, quæ occurrit in machinis aliisque impedimentis eorum motum retardantibus, infringentibus; a gravitate item vectis, linearum aut funium, per quos fit tractio. Hæc enim cum pro diverſitate organorum & materiarum diverſiſſima ſint; ſane ſi ad ipſa attenderemus, nihil univerſaliter ſtatui de Machinarum ipſarum natura poſſet. Hinc

III. Vectem, & quidquid huic æquipollet, conſiderabimus inſtar Lineæ Mathematicæ inflexilis, & gravitate carentis; niſi aliud expreſſim indicatum fuerit.

IV. Dum Pondera aut Maſſas comparabimus, has homogeneas ſupponemus. Homogenea autem hic vocamus illa, quorum partes, ſub eodem volumine ſive ſub eadem magnitudine comprehenſæ, ſunt æquales.

ARTICULUS II.
Vectis primariæ proprietates.

PROPOSITIO I.

§. 16. *In Vecte Heterodromo æqualia Pondera, in æquali a fulcro diſtantia ſuſpenſa, ſunt in æquilibrio.*

Digitized by Google

DEMONSTRATUR. Eſt talis utriusque ponderis ad agendum reſiſtendumque diſpoſitio & cum machina connexio, ut quod ratione virium uni convenit, competat & alteri. Ergo æquali niſu in ſe agentia ſervant æquilibrium. *Q. e. d.* Tab. I.

LEMMA.

§. 17. *Duorum Circulorum* (C & c) *Peripheriæ* (P & p) *ſunt ad ſeinvicem, ſicut ipſorum Diametri* (D & d) *vel Radii* (R & r).

DEMONSTR. P : D : : 314 : 100. * * Geom. §. 178.
Et p : d : : 314 : 100. Ergo eſt P : D : : p : d, & *alternando* P : p : : D : d. Demum ſicut P ad p, ita (ipſarum D & d dimidia) R & r. *Q. e. d.*

PROPOSITIO II.

§. 18. *Si Vectis* AB *moveatur circa punctum* C; *erunt tum Arcus* (AN, BS) *a punctis* A & B *deſcripti, tum iſtorum ſinus* MN, RS *inter ſe, uti Radii* AC, CB, *vel* CN, CS. Fig. 3.

DEMONSTR. Imo. Ob æquales angulos verticales ad C, arcus AN, BS, ſunt ſuarum Peripheriarum partes ſimiles. Sed Peripheriæ, ceu Tota, ſunt ad ſe uti Radii *; ergo etiam Totorum partes ſimiles, i. e. dicti Arcus. *Quod erat primum.* * Lemma præced.

IIdo. Triangula CMN, CRS, ſunt æquiangula. Igitur ut CN ad CS, ita MN ad RS. *Quod erat alterum.*

PROPOSITIO III.

§. 19. *Si in Vecte* MN *ſint Pondera* A & B *inter ſe reciproce, uti ipſorum diſtantiæ, hoc eſt, ſi ſit* A : B : : BC : CA; *erunt in æquilibrio.* Fig. 5.

Digitized by Google

DEMONSTRATUR. Fiat Vectis affabre elaboratus, æqualis ubique craſſitiei, cujus punctum medium ſit ſimul centrum motus. Vectis bracchia CM, CN, ſint utrimque in æqualem partium numerum (v.g. in 100) diviſa. Jam ſi Pondus A ſit ad Pondus B, ut 2 ad 1, vel ùt 3 : 5, vel quomodocunque: & ſit diſtantia CB ad diſtantiam AC ùt 2 : 1, vel 3 : 5 &c. animadvertetur conſtare æquilibrium.

§. 20. *Quomodo talis Vectis, ad capiendum experimentum appoſitus, ſub figura oblongi parallelepipedi parandus, docet Leupoldus in Theatro Machinarum Gener. p. 11. Ejus ſtructuram etiam colliges ex §. 50, & Propoſitione 15, ejusque Scholio. Pro rudiore praxi accipe Regulam ligneam, pollicem circiter latam, 20 vel 24 pollices longam, quarta pollicis parte craſſam. Per medium plani lati duc lineam, quam divide in plures pro lubitu partes, æquales; puncta diviſionis perfora ſubtiliter; per punctum medium transverſim age axiculum ſupra fulcrum mobilem: ſi bracchium unum alteri præponderet, per contrapondium prius vecti ſitum horizontalem tribue, & appenſis per ſubtilia fila ponderibus experimenta inſtitue.*

§. 21. NOTA. Brevitatis ergo diſtantiam majorem vocabimus D, & minorem, d. Pondus majus dicemus O. minus P appellabimus Potentiam. Quamvis autem tam ipſi O quam P nomen Potentiæ recte conveniat; iſtud tamen minori Ponderi idcirco tribuemus, quod vires obeat Potentiæ animatæ, Machinæ alicui applicatæ, quæ plerumque ſecundum finem Inſtrumentorum Mechanicorum minor deſideratur, quam ſit onus ſuſtentandum vel levandum. Igitur habebitur æquilibrium, quando eſt $O:P::D:d$. Vide Fig. 2.

COROLLARIUM I.

§. 22. Quando Productum ex diſtantia d in Onus O, nempe $O \times d$, æquatur Producto ex $P \times D$; habetur æquilibrium: quia tunc erit * ùt $O:P::D:d$. Et quia prior Propor-

* *Arithm. Prop. 7.*

Digitized by Google

tio, *alternando* poſita, præbet hanc, $O : D :: P : d$, in qua eſt $O \times d = P \times D$; patet, etiam tunc æquilibrium obtineri, quando producta emergunt utrinque æqualia, dum quodvis pondus fuit per ſuam diſtantiam multiplicatum.

COROLLARIUM II.

§. 23. Eſt etiam æquilibrium ac conſequenter virium in ſe agentium æqualitas, quando ambo Pondera ſunt ita diſpoſita, ut ſi aliquis fieret motus, velocitates ſe haberent reciproce uti ipſa Pondera. Nam eſt æquilibrium, quando Pondera ſe habent inverſim ut diſtantiæ: ſed quales ad ſe invicem ſunt diſtantiæ, tales etiam ſunt ipſæ velocitates, i. e. arcus AN, BS, qui repræſentant ipſa ſpatia percurrenda atque velocitates: Ergo. Quare ſi velocitatem ipſius P vocemus V, & minorem Oneris vocemus v, erit æquilibrium, ſi ſit $O : P :: V : v$. Id eſt, duo inæqualia Corpora O & P æquilibrantur, ſi, quantum uni reſpectu alterius decedit quoad materiam, tantundem ei compenſetur quoad velocitatem ad quam eſt vi machinæ diſpoſitum. Sive, vires Mortuæ Maſſarum contra ſe nitentium ſunt æquales, ſi celeritates aut ſpatia percurrenda ſint ipſis Maſſis reciproca; ſive ſi Productum ex Maſſa una in ſuam celeritatem ſit æquale Producto ex Maſſa altera in ſuam celeritatem, id eſt, ſi ſit $O \times v = P \times V$. Fig. 2. ex 3.

COROLLARIUM III.

§. 24. Eſt æque difficile levare Pondus O

Digitized by Google

Tab. I. per ſpatium ſimplum, quam eodem tempore Pondus ſubduplum P levare per ſpatium duplum. Idem eſt de quavis alia Proportione ſimiliter reciproca.

COROLLARIUM IV.

Fig. 2. §. 25. Si turbetur Proportio reciproca Ponderum & diſtantiarum, non ſubſiſtet amplius æquilibrium. Nam I^mo. Si ſit major Ratio ipſius O ad P, quam B C ad C A (ut ſi O foret ad P velut 3 : 1; foret autem B C ad C A tantum ut 2 : 1) ſuperabitur & attolletur P ab O. Cogita enim detrahi ipſi O tantum materiæ, donec fiat O : P : : D : *d* : : 2 : 1; erit æquilibrium. Ergo ſi ipſi O reddas, quod demptum fuit; fiet gravius ac fortius, ſuperabitque ipſum P. II. Pariter ſi ſit major Ratio ipſius P ad O, quam C B ad C A; ſuperabitur O ab ipſo P. III. Similiter ſi ſit major Ratio diſtantiarum aut velocitatum, quam reciproce Ponderum, non ſubſiſtet æquilibrium. Ex quo porro ſequitur, IV. Corpus minus P poteſt motu vincere majus O, ſi minus feratur celeriùs majore.

COROLLARIUM V.

§. 26. Pondera æqualia (O, P) ſuſpenſa ex inæqualibus a fulcro diſtantiis, non ſervant æquilibrium. Neque Pondera inæqualia ſuſpenſa ex æqualibus a fulcro diſtantiis. Quoniam hîc turbatur reciproca diſtantiarum & Ponderum Proportio.

Digitized by Google

COROLLARIUM VI.

§. 27. Quando in Vecte Heterodromo habetur æquilibrium; etiam Pondera O & P erunt ad ſe uti reciproce diſtantiæ. *Eſt converſa præſentis Propoſitionis*. Alias namque eſſet æquilibrium, & non eſſet: eſſet, ut ſupponitur; non eſſet, prout conſtat ex Coroll. 4.

COROLLARIUM VII.

§. 28. Si æqualia Pondera O & P primò æquilibrentur ex æqualibus a fulcro diſtantiis (*per Prop*. 1.) ac poſtmodum P removeatur ad diſtantiam duplam; acquiret P vires duplo majores, nempe æquales ſuſtentandis duobus O; ſi porro removeatur ad diſtantiam triplam, quadruplam &c. acquiret vires triplo, quadruplo &c. majores reſpectu ipſius O. Eodem modo ſi ipſius O diſtantia prima gradatim minueretur; minueretur pari ratione vis ipſius P ad ſuſtentandum præciſe requiſita. Atqui uti creſcit vel decreſcit diſtantia, ita etiam creſcit vel decreſcit velocitas: Ergo vis Corporis P reſpectu obſtaculi O creſcit vel decreſcit pro Ratione creſcentis vel decreſcentis velocitatis. Idem viciſſim valet de Corpore O, comparato cum P. Ergo dum Maſſæ Corporum O & P multiplicantur per ſuam celeritatem, ad quam reſpective vi machinæ disponuntur; Producta exhibent iſtorum Corporum vires reſpectivas.

COROLLARIUM VIII.

§. 29. Quoniam itaque Corporum vires

Tab. I. mortuæ, agentes in ſeſe, æſtimantur (*ex Coroll. præced.*) per Producta ex Maſſa in celeritatem; poterunt hæ vires exhiberi per Rectangula *, quorum Baſes repræſentent Maſſas M & *m*, altitudines autem monſtrent velocitates V & *v*. Sed talia Rectangula ſunt * in Ratione compoſita Baſium & Altitudinum; Ergo & vires Corporum, preſſione in ſe agentium, ſunt ad ſe in Ratione compoſita Maſſarum & velocitatum.

* Fig. 4.

* *Geomet. Prop.* 30.

COROLLARIUM IX.

§. 30. Si Ponderibus, O aut P, ſubſtituas alias Potentias, v.g. manus, quæ per fila ad Vectem perpendicularia eâdem, quâ ante ipſa Pondera vi, deorſum nitantur; manebit idem effectus. Imovero ſi & fulcrum C, & Potentiæ iſtæ invertantur, ita ut iſtæ nunc eâdem vi, qua mox ante deorſum trahebant, ſurſum nitantur *; aut ſi vectem A B, horizontaliter ſitum & circa fulcri punctum C ceu clavum rotabilem, nitantur Potentiæ O & P in prioribus a fulcro diſtantiis trahere directionibus perpendicularibus juxta ac horizontalibus; perſtabit adhuc æquilibrium virium, in ſe mutuo agentium. Nam quod præſtant corpora gravitatis niſu directione verticali agentia, idem efficient ſervatis reliquis, aliæ quævis Potentiæ per aliam directionem agentes.

Fig. 2.

* *Cogita tantum, Tabulam I. cum Fig. 2. inverti.*

COROLLARIUM X.

§. 31. I. Dato Pondere O & diſtantiis *d*, D, poteſt inveniri Potentia P; ſi fiat: ut D:

d : : O : $\frac{d \times O}{D}$ = P. II. Viciſſim datis Potentia P, & diſtantiis D, d, invenietur ipſum O, ſi fiat d : D : : P : O. III. Datis Ponderibus O & P, & una diſtantiarum (d), invenietur diſtantia altera D, ſi fiat, ut P : O : : d : D. IV. Datis Ponderibus ex Vecte ſuſpenſis, definietur Centrum motus pro æquilibrio, ſi Vectem dividas in duas diſtantias, Ponderibus reciproce proportionales. *Vel*, Quia datis O, P, debet eſſe O : P : : D : d; invenies diſtantiam d, ſi fiat *componendo* O + P : P : : D × d : d; tunc enim, ob (P + D + d) = (O + P + d), ſi Productum ex P in totam vectis longitudinem dividas per Summam Ponderum, prodibit d: quemadmodum & ex P + O : O : : D + d : D, inventurus es ipſam D. Tab. I.

§. 32. SCHOLION I. Quare ad demonſtrandam hanc Propoſitionem, quæ ſane primaria eſt, ſolum experimento utar, nullo autem argumento ex ratione petito, expoſui in Diſſertatiuncula 1752. Fuldæ edita, ubi monſtravi, vulgares demonſtrationes paſſim adhiberi ſolitas mihi haud ſatisfacere, imo ex his nonnullas manifeſto paralogiſmo laborare: quod idem fors alia occaſione uberius oſtenſurus ſum. Paucis tamen ſuper hoc argumento diſſeram ſub finem Capitis IV.

SCHOLION II. Ad explicandas velocitates viasque a Potentia & Onere percurrendas, in Figuris præſentibus aſſumpſimus notabiles quantitates arcuum vel linearum, idque ſolum oculi juvandi causâ. Atenim pro veriore Mechanices intelligentia imaginandum eſt, ductos eſſe arcus, valde exiguos, cum lineis rectis phyſice coincidentes, per quos concipiendum eſt inchoari motum, id quod & ſequentibus applicari velim.

PROPOSITIO IV.

§. 33. *In Vecte Homodromo* AP *eſt æquilibrium, ſi ſit Onus* O *ad Potentiam* P, *uti reciproce ſunt ipſorum diſtantiæ* AP, AO. Fig. 6.

* hypoth. DEMONSTRATUR. Eſt O:P::AP:AO*. Et uti AP ad AO, ita velocitates aut ſpatia percurrenda per arcus P*m*, O*s*. Ergo cum illa Pondera ſint in Ratione reciproca velocitatum, ſervabunt æquilibrium*. *Q. e. d.*

* Pr. 3. Cor. 2.

§. 34. COROLLARIUM I. Si duæ Potentiæ A & P (vel etiam duo fulcra applicata in A & P) geſtant horizontaliter idem onus O; Potentia A minus diſtans ab onere, gravabitur magis, quam altera P, ab eodem remotior. Nam concipe *primo* Potentiam A inſtar fulcri, & P tanquam Potentiam; erit ut AO:AP::P:O; igitur ſi ſit E. G. AO ad AP ut 1 ad 3, geſtabit P tertiam partem ipſius O. 2do. Cogita nunc ipſum P inſtar fulcri, & A inſtar Potentiæ: Quia igitur eſt OP: AP::A: O; OP autem ad AP ſe habet, in dato caſu ut 2:3; geſtabit A duas tertias ipſius O.

§. 35. COROLLARIUM II. Ambæ Potentiæ ſimul geſtant totum onus O; partiuntur tamen illud inter ſe in Ratione inverſa diſtantiarum.

SCHOLIA GENERALIA.

I. Propoſitionem hanc quartam experimentaliter demonſtraturus, affigat Vectis puncto extremo *P* filum verticaliter aſſurgens, idque vel circumductum trochleæ, vel annexum uni bilancis bracchio; atque antequam Vectis onere gravetur, is per oppoſitum pondus ope trochleæ aut bilancis ad æquilibrium horizontale revocetur.

II. Ex Vecte Heterodromo ſequentia intelliguntur & explicantur: I. Vis Forficum; nam clavus in his eſt inſtar hypomochlii, circa quem duo vectes verſantur. Unde facilius ſcinditur Corpus ſecandum, quando id propius clavo admovetur. Si vero unum

Digitized by Google

ſaltem bracchium fiat ſatis longum; apta efficitur ad diſſecandas ipſas adeo laminas metallicas, ſat alioqui ſpiſſas. II. Forceps vectem refert, cujus hypomochlion eſt vel clavus, vel fulcrum quodvis hanc ſuſtentans. Potentiarum una bracchiis applicatur, altera agit ibi, ubi retinacula Corpus tenendum mordent. III. Si clavis annulo baculum, ceu vectem, inſetas; exigua vi opus erit, ut hanc circumagas. IV. Liquet porro, cur ſi extremitatem haſtæ, quæ ſcapulæ innititur, proxime ad ſcapulam manu retineas, ſentias ingens ejus pondus: nimirum ut æquilibrium fieret, deberet illi extremitati magnum appendi pondus, cujus vicem interea dum manus obit, preſſionem exercet in ſcapulam. V. Cur ſuper genu facilius frangas baculum longiorem quam breviorem; facilius in medio, quam circa extremitatem. VI. Cur Operæ vectis adminiculo moveant ingentis molis lapides. Tab. I.

III. Ex proprietate Vectis ſecundi generis diſcitur. I. Quomodo duo homines inæqualium virium partiri inter ſe debeant onus ex vecte portandum: ut ſi vir robuſtus in A *, & puer in P ferre debeant onus 100 librarum, puer autem ferendis ſolum 10 libris par exiſtat; geſtabit iſte oneris partem viribus ſuis proportionatam, ſi diſtantia AO ſit ſubdecupla diſtantiæ AP. II. Hi ipſi haud facilius portabunt onus 100 librarum vecte longiore quam breviore; modo in utroque ſervetur eadem diſtantiarum Ratio: id quod minime hic notaſſem, niſi a Mechanices ignaris in dubium vocari atque adeo negari, expertus didiciſſem. III. Patet, cur dentes molares, utpote fulcro propinquiores facilius quam alii frangant & mandant. IV. Gladiatoris ſica facilius vincitur & a linea directionis detorquetur, cum impetitur pars cuſpidi vicinior. V. Colligitur vis cultri inciſorii, quo pharmacopolæ utuntur ad lignorum radices concidendas. VI. Navis gubernaculum & remum rectius ad vectem ſecundi generis revocaveris: nam in aqua eſt fulcrum, pondus in navis ſcalmo. VII. Etiam Navis Malum non immerito cum Vecte ſecundi generis comparabis. Etenim in navis fundo eſt fulcrum, in tabulato eſt onus movendum, in mali parte ſuperiore viget Potentia, quam conſtituit ventorum impetus, in vela & antennam ibidem agens. Hinc quo malus altior, eo pronior navigii curſus. * Fig. 6.

IV. Vectem tertii generis hucusque non attigi, quod is nullam afferat virium, ſed ſolius temporis compendium. Eſt autem is nihil aliud, quam Vectis ſecundi generis inverſus. Unde ſi in Vectis AP * puncto O applicata foret Potentia, & in P Pondus, haberet ſe Potentia ad Pondus ut AP ad AO. Vectem tertii generis experimur in claudenda aperiendaque janua ad anſam apprehenſa: patet autem ex dictis, aptiorem motui eſſe anſam ſeræ propinquiorem, quam remotiorem ab iſthac. Idem vectis genus exercemus in bracchio extenſo, dum manus grave quodpiam ſuſtinet; in medio enim inter manum & ſcapulam ceu fulcrum, viget * Fig. 6.

Digitized by Google

Potentiæ. Simile vectis genus formamus, dum haſtam horizontalem ad unum ejus extremum manu in pugnum contracta levamus; fulcrum enim tunc exiſtit in vola, Potentiæ vices obit index digitus ſuſtentans, Pondus per haſtam diffunditur.

Tab.I.

ARTICULUS II.
De Vecte non horizontali, angulari, & tractionibus obliquis.

PROPOSITIO V.

Fig. 8. §. 36. *Si detur Vectis angularis* DCB, *rotabilis circa punctum* C, *æqualium bracchiorum* DC, CB; *& Potentiæ*, P *&* Q, *trahant niſu æquali directionibus* DP, BQ, *ad bracchia perpendicularibus: conſtabit æquilibrium.*

DEMONSTRATUR ut Propoſitio I. Præterea ſi manentibus (ut ſupponitur) iisdem directionibus fieret motus; arcus deſcribendi aut ſpatia percurrenda eſſent æqualia, uti ipſæ Potentiæ. Ergo rurſus eſt æquilibrium, *per Prop.* 3. *Cor.* 2.

PROPOSITIO VI.

§. 37. *Si in Vecte angulari* DCb *inæqualium bracchiorum* DC, Cb, *duæ Potentiæ* P *&* p *trahant directionibus perpendicularibus: erit æquilibrium, ſi ſit ut* p *ad* P, *ita reciproce* DC *ad* Cb.

DEMONSTRATUR. Concipe circulos ex C ductos per *b* & D. Jam ſi punctum D percurrat arcum DA, percurret *b* arcum *b*F, ſimilem ipſi AD, & æqualem ipſi *mn*. Atqui arcus DA, *mn*, tanquam ſpatia percurrenda ſunt uti Radii DC, *m*C, ſive DC, C*b*; *p* au-

p autem & P ſunt uti DC, C*b* *: ergo Potentiæ iſtæ ſunt conſtitutæ in Ratione reciproca diſtantiarum aut velocitatum; proinde & in æquilibrio *. *Q. e. d.* * *hypoth.* * *Prop* 3. *Cor.* 2.

§. 38. COROLLARIUM. Si concipias Vectem DC*b* deſcriptum in plano circulari DOB, ductumque Circulum concentricum *mb*; erit æquilibrium, ſi Directiones DP, BQ fuerint Tangentes horum Circulorum. Nam & ipſæ hæ Tangentes ſunt perpendiculares Radiis DC, C*b* (per Geometr. Prop. 19.) Ergo.

PROPOSITIO VII. Tab. I. Fig. 8.

§. 39. *Si Vectem angularem* DCB *trahat Pondus* Q *directione perpendiculari; in altero autem extremo* D *eundem trahat Pondus* O *directione ad vectem obliqua* DnO: *erit æquilibrium, ſi fuerit* O *ad* Q, *uti reciproce diſtantia* BC *ad diſtantiam* Cn, *quæ ipſa eſt linea ex Centro motus* (C) *ducta perpendiculariter in ipſam lineam Directionis* DO.

DEMONSTR. Concipe Planum circulare DOB, gravitatis expers, mobile circa Centrum C, & in Plano hoc deſcriptum Vectem DCB, eſſeque æquilibrium inter O & Q. Jam quia intra Plani lineam rigidam DO, quodvis punctum æquali vi trahitur a Potentia O (*per Ax.* 6.); poterit, manente eodem effectu, concipi Potentia O eſſe applicata in puncto *n*. Atqui ſi hoc fiat, erit Directio *n*O ad Vectis *n*CB bracchium *n*C perpendicularis, eritque tunc æquilibrium, ſi ſit O:Q::BC: C*n*: ergo etiam eſt idem effectus ac conſequenter æquilibrium in Vecte DCB. *Q. e. d.*

Digitized by Google

Tab. I. Cæterum quod de Ponderibus O & Q dictum, valet de quibusvis aliis Potentiis juxta §. 30.

§. 40. COROLLARIUM I. Sublato Plano orbiculari, relicto tamen Vecte angulari DCB, dabit Perpendicularis ex Centro motus C in directionem D*n*O ducta Potentiæ obliquæ diſtantiam, ſecundum quam vires iſtius æſtimandæ ſunt.

Quod hic Vecti primi generis, idem ſecundi generis Vecti convenit: ut ſi in Vecte obliquo MC*n*, * cujus fulcrum eſt in *C*, pendeat pondus *x* ex *m*, & Potentia *p* trahat perpendiculariter applicata; erit CM diſtantia Potentiæ, & (poſt demiſſam verticalem *mnx*) erit C*n* diſtantia oneris, quia Circulus *m* A eodem vi trahitur, ſive pondus ſit applicatum in *m* ſive in *n*. Adeoque æquilibrium erit, ſi ſit *p* ad *x*, uti *n*C ad CM. Si vero Potentia *p* non foret applicata perpendiculariter, ſed per verticalem *b*M, diſtantiam Potentiæ præberet horizontalis C*b*.

* Fig. 9.

* Fig. 11. §. 41. COROLLARIUM II. * Si Vectem rectum AB trahant duæ Potentiæ obliquæ P & O; ductis ex C perpendicularibus C*m*, C*n*, erit æquilibrium, ſi ſit O : P :: *n*C : *m*C.

Fig. 12. §. 42. COROLLARIUM III. Si detur Vectis A*n* CB quomodocunque curvus, ſed tamen rigidus, quem Potentiæ O & P trahant directionibus BO, AP; erit æquilibrium, ſi ſit P ad O, uti *m*C ad C*n*, quæ ambæ ſunt perpendiculares ex Centro motûs in directiones ductæ. Æquivaletque Vectis curvus A*n* CB, angulari rectilineo ACB.

Fig. 9. §. 43. COROLLARIUM IV. Si linea rigida CB ſit gyrabilis circa punctum extremum C, pendeatque ex altero B pondus O; trahat autem Potentia P directione perpendiculari BP: eruetur æquilibrium inter O & P, ſi ex B

Digitized by Google

concipias erigi verticalem B A, ad quam ducatur perpendicularis CA: tunc enimvero æquilibrium dabit hæc Proportio, AC:CB:: P:O. Perinde enim ſe res habet, ac ſi in Plano circulari vel Vecte curvo ACB penderet O ex A, & tractio fiat in B directione BP. Ergo.

Ex hoc Corollario dependet explicatio totius Capitis IV. Uſus.

§. 44. COROLLARIUM V. Si in Vecte vel angulari vel recto AB Potentia P ſuſtineat Pondus O directione perpendiculari BP; manente autem hac ipſa directione ſuſtenteтur in eodem Vecte idem O, ſed altius elevatum, puta in Vectis ſitu *a*C*b*; requiretur nunc minor Potentia in *b*. Uti enim nunc decreſcit diſtantia ipſius O (cum ex majore C*m* fiat minor C*n*) ita & decreſcit Potentia. Fig. 10.

Reſtant nonnullæ aliæ Vectis proprietates, quas commodius rejicimus in Caput ſequens, ſiquidem melius comprehendentur poſt explicatam Centri gravitatis naturam.

CAPUT II.

De Centro gravitatis.

§. 45. DEFINITIO I. *Centrum gravitatis* eſt in Corpore gravi illud punctum, circa quod omnes partes corporis conſiſtunt in æquilibrio.

§. 46. COROLLARIA. I. Quieſcente vel ſuſpenſo illo Centro, etiam quieſcit totum illud corpus; quia quieſcunt Corporis illius partes, utpote æquilibratæ inter ſe; excepto forte motu vertiginis impreſſo.

II. In Vecte Heterodromo horizontaliter æquilibrato Centrum gravitatis eſt in puncto illo, quod fulcro innititur.

SCHOLION. Centrum gravitatis nonnunquam eſt extra Corpus. Sic Centrum gravitatis annuli concipitur in medio ſpatii annularis.

§. 47. DEFINITIO II. *Diameter gravitatis* eſt linea recta, ducta per Centrum gravitatis. *Planum gravitatis* eſt illud, in quo exiſtit Diameter gravitatis.

§. 48. DEFINITIO III. *Diameter Figuræ* vel Magnitudinis eſt Linea vel Planum, quæ illam dividunt in partes æquales.

SCHOLION. Diameter Gravitatis non ſemper coincidit cum Diametro Magnitudinis. Nam eſto, Vectem angularem * DCB, ſua gravitate donatum, dividi in æqualia bracchia ſolida DC, CB, hæc tamen non æquiponderabunt in iſto ſitu. *Fig. 8.

§. 49. DEFINITIO IV. *Centrum Gravium* eſt illud, ad quod omnia gravia tendunt.

Reſpectu gravium circa ſuperficiem telluris merito habetur pro Centro gravium ipſum Terræ Centrum. Nam cum Terra ſit phyſice ſphærica, ut in Geographia docetur, & aqua circa illam ſphærice conglobetur; advertimus, ubique corpus grave libere cadens vergere per lineam, quæ ſit ad aquam horizontalem perpendicularis, ac proinde ad Centrum Terræ tendere. Linea itaque *directionis* gravium eſt linea verticalis.

Utrum autem gravia præciſe & exactiſſime ubique ad Centrum Terræ tendant, dubitatur a quibusdam. Vide *Memoires des Trevoux ad A.* 1751. p. 1098.

§. 50. DEFINITIO V. *Baſis* Corporis gravis eſt in Plano Horizontali pars illa, cui grave inſiſtit.

HYPOTHESES ET POSTULATA.

§. 51. I. Lineæ Directionis, per quas gravia deſcendunt, in diſtantia non admodum magna, ſunt ſibi parallelæ, ſcil. phyſice, nam

Digitized by Google

in rigore Geometrico cum in Centro Terræ coirent, perfecte parallelæ eſſe nequeunt.

II. Eadem Corpora æqualiter gravitant (ſaltem ad ſenſum) tam in ſuperficie Terræ, quam ſupra aut infra iſtam, ſi ab hac non multum diſtent.

Neutoniani autem contendunt, Corpora noſtra in Lunam translata, gravitare ibi minus quam apud nos.

III. Quia qui Centrum gravitatis ſuſtentat, totam Corporis molem ſuſtinet, licebit in ordine ad demonſtrationes quandoque concipere totam gravitatem Corporis in hoc Centro collectam.

SCHOLION. Intelligendum hoc de Corporibus ſolidis, quorum partes inter ſe connexæ ſunt, non de fluidis, niſi quatenus hæc ſuis incluſa vaſis continentur. Libera enim diffluunt, & incertum illud punctum reddunt.

IV. Quodvis Corpus habet unicum tantum Centrum gravitatis. Vide poſtea Prop. 11. Scholion.

V. Idem Corpus ſub quacunque figura æquale pondus retinet. Sic Cera unius Libræ ſemper libram pendet, ſive cogatur in Figuram Cubi, ſive Pyramidis, ſive Globi, ſive Cylindri &c. Eſt ab experientia certum.

AXIOMATA.

§. 52. I. In Homogeneis, quæ ſecundum longitudinem poſſunt dividi in partes ſimiles & æquales (qualia ſunt Cylindrus, Parallelepipedum, Priſma), Centrum gravitatis eſt idem cum Centro Magnitudinis.

SCHOLION. Hinc ſi baculus fiat parallelepipedus, per cujus centrum medium trajiciatur Axis tranſverſus, hypomochlio in-

Digitized by Google

cumbens; aptum habetur organon ad demonſtrandam Propoſitionem 3, præſertim ſi per ipſa bracchia poſſint moveri, in iiſque pro lubitu figi duæ anſæ axiculis lateralibus inſtructæ, e quibus ſuspendantur pondera. Jam vero baculi hujus bracchia æqualia æquilibrium inter ſeſe ſervant; ac proinde uſurpari poſſunt, velut ſi gravitate carerent. Quodſi contingat per anſarum inæquales diſtantias æquilibrium turbari, per contrapondium facile reſtituetur. Aliæ cautelæ, præſertim quod Axium omnium acumina debeant in eadem prope linea recta exiſtere, patebunt ex Prop. 15.

II. In Corporibus homogeneis Pondera ſunt proportionata Maſſis vel voluminibus. *Ut ſi Corpus ſub volumine Cubico ponderet libras* 100; *duo ejusmodi vel tria corpora ponderabunt libras* 200 *vel* 300.

III. Cauſa neceſſaria agit tantum, quantum poteſt.

PROPOSITIO VIII.

Fig. 13. §. 53. *Si Linea directionis* (dc) *qua grave* NM *verſus Centrum Terræ tendit, cadat intra baſin fulcientem* A; *non labetur Corpus.* II. *Si vero linea hæc cadat extra baſin; labetur, & quidem verſus eam partem, verſus quam cadit dicta linea.*

DEMONSTRATUR. *In primo Caſu* ſuſtentatur Centrum gravitatis, adeoque & totum
§. 46. Corpus. *In ſecundo Caſu* Centrum hoc non fulcitur, præponderatque pars non fulta alteri; igitur hanc ſecum in ruinam trahit ex ea parte, ubi obſtaculum non reperit, i.e. quo dicta linea cadit. Ergo. *Q. e. d.*

§. 54. COROLLARIUM. Grave etiam tunc quieſcet, ſi ſuſpendatur ex puncto, a Centro gravitatis diverſo, ſi modo illud ſit in linea directionis gravis. Quia hoc modo ſuſtentatur adhuc ipſum gravitatis Centrum.

Digitized by Google

SCHOLION I.

§. 55. Ex hac Propoſitione explico nonnulla ad Vectem adhuc pertinentia.

I. Quando Pondus *q* *, ſuſtentatum a Vecte, habet Centrum gravitatis *c* ſupra vectem horizontaliter ſitum; quo magis pondus ita poſitum a Vecte elevatur, eo minore indiget Potentia ſuſtentante *p*, eoquod tam verticalis Diameter gravitatis, quam diſtantia propius admovetur ad fulcrum *g*. At ſi Pondus *p* in ſimili ſitu deprimatur infra Horizontem, indigebit Potentiâ *q* tanto majore, quanto magis infra hunc deprimitur: prout liquet ex Propoſ. præſente & Propoſ. 7. Coroll. 5. Rurſus quando Pondus *r* habet Centrum gravitatis infra Vectem horizontaliter ſitum; quo magis ab hoc ſitu Pondus elevatur, eo majore indiget Potentiâ *s* ſuſtinente: ſi vero infra Horizontem deprimitur, minore. * Fig. 10.

II. Quando Corpus grave, v.g. Parallelepipedum * G Horizonti oblique inſiſtit altero extremo A, altero B ſuſtentatur a Potentia P in Vecte Heterodromo PB; erues quantitatem Potentiæ B, ſi demittas in Horizontem duas Perpendiculares G O *r* & B *n*, primam ex Centro gravitatis, alteram ex B. Nunc enimvero latus A B æquivalet Vecti obliquo Homodromo A O B, cujus puncto O incumbat totum Pondus Parallelepipedi: ſed in tali Vecte diſtantia Ponderis eſt A *r*, & diſtantia Potentiæ eſt A *n* *. Ergo eſt ut A *n* ad A *r*, ita G ad B. Porro inventurus Potentiam P, parem ipſi B, operare juxta Prop. 3. Coroll. 4. *Fig. 7. * §. 40.

SCHOLION II.

§. 56. Ex hac ipſa Propoſitione pronum eſt intelligere. 1.) Cur Turres quædam ſatis altæ, Bononienſis & Piſana, firmæ perſtent, tametſi inclinatæ videantur ruinam minari; nempe in his Centrum gravitatis cadit adhuc intra baſin. 2.) Quomodo poſſit ex parvo baculo menſæ horizontaliter impoſito ſuſpendi amphora aquâ ſemiplena: quod fiet, ſi alius baculus ex loco ſuſpenſionis ita figatur in amphoræ fundum, ut hæc potiore ſui parte inclinetur infra menſam, atque adeo linea directionis & gravitatis adhuc per ipſam menſam tranſeat. 3) Quomodo culter ad angulum acutum infixus bacillo, hunc retineat ex menſæ crepidine pendulum, ſecus lapſurum. 4) Quare gibboſi aſcendentes acclivia, & onus tergo ba-

Digitized by Google

julantes inclinentur antrorſum. 5) Quare nequeas e ſella ſurgere, quamdiu eidem inſidens ſervas Corporis truncum verticaliter erectum 6.) Quare, dum ſtans ad parietem talos illi applicas, nequeas ſine lapſu ſolum manu contingere. 7) Omne animal ſive bipes ſive quadrupes in inceſſu ita pedem unum aut duos attollit, ut linea directionis tranſeat adhuc per Centrum gravitatis corporeæ molis, alio vel aliis pedibus fultæ. Inde eſt, quod pedem ſiniſtrum promoventes, corpus tantillum in partem dextram flectamus, & dextrum attollentes in ſiniſtram detorqueamus. 8.) Labimur, dum Centrum gravitatis cadit extra plantæ vel plantarum baſin. Hinc ut lapſum, dum antrorſum incurvamur, præpediamus; pedem alterum aut clunes in poſteriora removemus: nonnunquam lapſui proximos reſtituit bracchium in oppoſitam partem expotrectum. Quarum rerum cognitio pictoribus æque ac ſculptoribus pernecesſaria, ſi naturam æmulari absque vitio velint. 9.) Hinc natura hominem bipedem latioribus plantis inſtruxit præ quadrupedibus. 10) Provida etiam natura partes hominis geminatas, puta aures, bracchia, pedes, utrimque in æquali a linea directionis & gravitatis diſtantia, ſimplices vero, v g. naſum, mentum &c in medio diſpoſuit, ut adeo planum per hominis Corpus ductum hunc divideret in partes æquiponderantes. 11.) Si in ave volante concipias lineam per expanſas alas ductam; erit in hujus medio Centrum gravitatis. Alæ ipſæ aërem verberantes habent ſe inſtar axis per Vectem trajecti. Ac ne inter volandum pars anterior poſteriori præponderet, Grues & Ciconiæ longiora crura extendunt. Sed dum gravius pabulum roſtro ferunt, eædem collum retrahunt, ut æquilibrium inducant. 13) Aves aliæ, quarum pedes breviores ſunt, & quarum poſteriora inſignem nonnunquam pinguedinem atque unà gravitatem acquirunt, ita ſunt comparatæ, ut collo aut extenſo aut retracto obtineant æquilibrium cum partibus poſterioribus, prout illæ nunc aut leves aut graves ſunt. 14.) Anſer horrei acclive limen ſubiens, collum protendit; talis enim inceſſus juvatur majore partis anterioris momento. 15.) Funambulos juvat contus longior, nunc dextrorſum nunc lævorſum porrectus, ad Centrum gravitatis ſupra funem retinendum. 16.) Ita & contum ipſum erectum manûs palmâ geſtamus, dum hæc ita dirigitur, ut linea directionis eidem inſiſtat. 17.) Acum autem nulla arte tenebimus ſuper cuſpide erectam, tum quod linea directionis difficillime ſuper baſin anguſtiſſimam conſtituatur, tum quod hæc vel minimo aëris motu aliave vi exorbitet. 18.) Globus ſuper Planum declive deſcendit, quod Centrum gravitatis extra baſin cadat. 19.) Alia Corpora, v.g. Cubus, ſuper plana declivia nunc deſcendunt rependo, nunc rotando; utrum ex his & quandonam fiat determinavit Krafftius in Comment. Acad. Petropol. 1740, juxta quem frictio tamen ſæpe facit, ut quæ in Plano polito deſcenderent rependo, per idem panno obductum devolvantur rotando. 20.) Corpus compoſitum ex duobus Conis ſecundum baſes conjunctis videtur

aſcendere per duo plana verticalia, aliquantum acclivia, ſi hæc inſtar anguli coëant, & coni illi planis his incumbant; revera autem corpus tale deſcendet, eoquod Centrum gravitatis ſit elevatius ipſis plani partibus Corpori huic proximis, ac præterea linea directionis cadat extra puncta fulcientia. Ita & Cylindrus inſtar tympani formatus aſcendet per planum inclinatum, ſi Cylindri lateri, in loco ſuperficiei cylindricæ proximo, infundas plumbum; quod dum novum gravitatis centrum format vicinius nunc ſuperficiei Cylindricæ, qua acclivitatem reſpicit, Cylindrum ad gyrum atque adeo apparentem aſcenſum concitat. 21.) Ex eodem fundamento conſtruuntur horologia in modum tympani formata, circa gracilem axem ex filis ſuſpenſum volubilia, quorum cavum diviſum eſt in diverſa loculamenta, ex quorum uno in aliud per tenue foramen aqua deſcendit, atque ita mutato pedetentim gravitatis centro facit, ut tympanum tarda circumvolutione deſcendat. 22.) Currus fœno alte onuſtus everti labique poteſt, ubi non onuſtus haud caderet: nam dum ad notabilem altitudinem oneratur, Centrum gravitatis altius jam figitur, quam in non onuſto: quo fit, ut Centrum hoc citius ultra baſin porrigatur. Unde & periculoſiores currus altarum, quam humilium rotarum. 23.) Propterea & Architectonica poſtulat baſes eo majores, quo altius turris aut murus erigitur.

PROPOSITIO IX.

§. 57. *Si Corpus grave* AB *ſuſpendatur duobus filis obliquis* AM, BM, *in unum punctum* M *coëuntibus*; *& quieſcat: erit Centrum gravitatis in ipſa linea verticali* MN, *ejusque aliquo puncto* C. Fig. 14.

DEMONSTR. Si enim non ſit in C, ſed v.g. in *x*; ducatur Radio M*x* arcus *x*N, deinde horizontalis *xp*, quæ erit perpendicularis ſimul & ſinus anguli *x*M*p*: adeoque punctum *p* altius eſt puncto N. Sed ſi hoc, tunc gravitas in *x* collecta aget tantum, quantum poteſt ſcilicet, non impedita, deſcendet verſus N. Ergo jam Corpus AB non quieſceret (*ex demonſtratis*) & quieſceret (*ex hypoth.*) Quod eſt abſurdum. Ergo.

Digitized by Google

§. 58. COROLLARIUM I. Ex eadem ratione ſi Corpus AB ſuſpendatur ex unico filo MN; erit adhuc in linea verticali MN Centrum gravitatis. II. Si ex M demittatur filum ponduſculo gravatum; manifeſtabit hoc lineam verticalem & directionis. Ponduſculum autem ſi inferius in cuſpidem deſinat, Centro gravitatis imminebit, iſtudque ſua cuſpide indicabit.

Fig. 15. §. 59. COROLLARIUM II. *Practicum. Utrum Planum aliquod horizontaliter ſitum ſit, explorare.* Conſtrue tibi ex ligno vel metallo Triangulum Iſoſceles ABM, in cujus baſin biſectam cadat perpendiculum MN. Pendeat autem ex M filum ponduſculo tenſum. 2do, impone nunc dato Plano baſin Trianguli verticaliter erecti; & ſi filum cum Perpendiculari MN congruat, erit Plani linea *m* AB *n*

*§. 12. horizontalis *, eo quod perpendicularis ſit ad verticalem MN. 3^{tio} impone Trianguli baſin lineæ *rs*, in Plano ita exiſtenti, ut priorem *mn* ſecet; & ſi rurſus filum verticali MN reſpondeat; erit etiam ipſa *rs* horizontalis: proinde & totum planum erit tale, cum nulla Plani linea ſit alterâ aut depreſſior aut ſublimior. Contra non erit Planum hoc Horizontale, quando vel in utraque vel alterutra Baſeos trianguli impoſitione filum non congruerit cum perpendiculari MN.

PROPOSITIO X.

§. 60. *Centrum gravitatis in Corporibus mechanice ſeu experimentaliter determinare.*

Digitized by Google

Duos modos hic refero. Primum habes in Prop. 9 *, ubi grave, ex puncto ſuſpenſionis communi M demiſſum, cuſpide ſua indicabit ſi non ipſum gravitatis Centrum, certe ejus Diametrum, intra quam Centrum hoc reconditur. Sic etiam ſi filum unicum M N & Planum aliquod A B M (*utamur eadem figura* 14, *in qua rectas* M A, M B, *quas ante ut fila conſiderabamus, nunc pro lateribus Plani* A B M *habeamus*) ex communi puncto M verticaliter ſuſpendas; filum M N, radens Planum, prodet lineam directionis, intra Planum exiſtentem. Quodſi idem Planum denuo ſuſpendas, ſed ex alio puncto v.g. B, ita ut filum M N novam indicet lineam, quæ priorem ſecet; indicabit punctum ſectionis Centrum gravitatis. * Fig. 14.

II. Super Priſmatis horizontalis aciem A B diſpone ita Corpus, ut quieſcat, ac tunc nota lineam aciei A B congruentem. 2do, idem Corpus alio nunc ſitu diſpone ſuper eandem aciem, ut denuo quieſcat; notaque alteram lineam C D, aciei congruentem. Erit punctum interſectionis O, punctum exiſtens in Diametro gravitatis & lineâ directionis. Nam ambæ lineæ C D, A B, poſſunt concipi exiſtere in gemino verticali *gravitatis Plano*; ſed ubi duo ejuſmodi plana ſe ſecant, efficiunt verticalem Diametrum gravitatis (*ſi enim Diameter gravitatis exiſteret extra hanc communem ſectionem, grave non fuiſſet ſuſtentatum eo modo, quo id factum ſupponebatur*) ſive lineam direc- Fig. 16.

Digitized by Google

tionis: Ergo in O exiſtit punctum lineæ directionis, ex quo ſuſtentatum corpus manet in æquilibrio.

§. 61. SCHOLION I. Tametſi vix unquam liceat Centrum gravitatis ipſum attingere atque ex eo Corpus ſuſpendere; ſufficit tamen plerumque Lineam directionis gravis aut unum ejus punctum definiviſſe. *2do*, Si in prioris Corporis plano oppoſito pari modo inveſtiges punctum Directionis gravis, conſtabit inde ſitus verticalis unius Diametri gravitatis.

SCHOLION II. Longioris difficiliorisque operæ foret oſtendere, quomodo inveniendum Centrum gravitatis diverſarum figurarum & Corporum, v.g. Trianguli, Trapezii, Semicirculi, Hemisphærii, Parabolæ, Ellipſis &c. ad quod Geometria etiam ſubliniore opus eſſet. Satis eſt hic memoraſſe, Centrum gravitatis cujusvis Parallelogrammi eſſe in biſectione Diagonalis; Polygoni regularis, Circuli, Ellypſeos, ovatæ Figuræ eſſe in Centro harum Figurarum. *2do* Centrum gravitatis Trianguli haberi in diſtantia $\frac{2}{3}$ lineæ, quæ a vertice ad medium baſeos ducitur. *3tio*, In Semicirculo ſi fiat: ut arcus 60 Grad. ad duas tertias Radii, ita iſtæ duæ tertiæ ad tertium, haberi diſtantiam Centri gravitatis. *Vel*, Radius ſe habet ad diſtantiam Centri gravitatis fere ut 7 ad 3, vel propius ut 1000 ad 4147. *4to*, In Pyramide & Cono Centrum gravitatis diſtat a vertice tres quartas Axis. *5to*, Centrum gravitatis Cylindri eſt in medio Axis.

PROPOSITIO XI.

Fig. 17. §. 62. *Datis pluribus in Vecte Ponderibus* (v.g. A, B, C, D, E) *reperire horum Centrum commune, i.e. tale, ex quo ſi Vectis ſuſpendatur, pondera illa ſervent inter ſe æquilibrium.*

Quære *primo* inter A & B Centrum gravitatis *m* (*per Prop.* 3. *Cor.* 10. *ſcil. ſi fiat: ut* A *ad* B, *ita diſtantia* Bm *ad* mA) Pariter quæres inter D & E Centrum commune *n*. Deinde inter C & *n* (ſupponendo, ex *n* ſuſpenſa eſſe ambo Pondera D & E) quære centrum commune *r*. Demum inter *m* & *r* (ſupponendo, ex *m* pendere A + B, & ex *r* pendere C + D + E)

Digitized by Google

quære Centrum gravitatis *s*; quod neceſſario erit Ponderum omnium Centrum commune.

SCHOLION. Ope hujus Propoſitionis poteſt oſtendi, dari in unoquoque Corpore unicum gravitatis Centrum; ſcil. ſi omnia Corporis puncta gravia reducantur ad unum Centrum commune.

Hactenus Vectem conſideravimus gravitatis expertem; nunc eundem contemplabimur ut donatum gravitate ſua.

PROPOSITIO XII.

§. 63. *Si Vectis* AB, *gravitate ſua pollens, conſiſtat ſuper fulcrum* C *in æquilibrio horizontali; ſuſpendanturque ex eo Pondera* P *&* O *in Ratione reciproca diſtantiarum* BC, CA: *manebit æquilibrium.* Fig. 18.

DEMONSTR. Cogita, ex Centro gravitatis bracchii AC pendere pondus *g*, æquale ipſi bracchio AC, & aliud G ex Centro gravitatis bracchii CB, huic ipſi æquale; poteritque jam Vectis AB conſiderari velut gravitatis expers. Itaque ob æquilibrium, quod hic fieri ſupponitur, æqualia ſunt momenta ipſorum *g* & *G*: ſed ſunt etiam æqualia momenta ipſorum O & P *. Ergo cum ſumma duorum momentorum ad dextram ſit æqualis ſummæ momentorum ad ſiniſtram; ſervabitur æquilibrium. *Q. e. d.*

* *Prop.* 3.

PROPOSITIO XIII.

§. 64. *Si Vectis Cylindricus vel Priſmaticus, homogeneæ Maſſæ* (v.g. Vectis AB) *ex inæqualibus bracchiis* (CA, CB) *imponatur fulcro* C; *atque in utroque bracchio concipiatur punctum medium* m *&* G: *invenietur momentum vigens in* m, Fig. 19.

Digitized by Google

par æquilibrando Vecti; ſi pondus partis minoris CA *multiplicetur per Quadratum diſtantiæ majoris* CG, *idque Productum ex* m *pendere cogitetur*.

DEMONSTRATUR. Sit Vectis AB 3. librarum, & BC duplum ipſius CA. Igitur perinde eſt, ac ſi in puncto medio *m*, ceu Centro gravitatis, penderet libra una, & in G, 2 libræ. Atqui nunc ad æquilibrium requiritur, ut ſit Pondus *g* ad G, uti diſtantia GC ad C*g*; GC autem eſt dupla ipſius C*g*: ergo & *g* debet eſſe duplum ipſius G, æquale nempe ipſi 2 × 2, i.e. uni libræ multiplicatæ per Quadratum diſtantiæ CG. *Q. e. d.* Quare cum gravitas bracchii CA, vigens in *m*, ſit jam unius libræ, debebunt ex *m* adhuc ſuſpendi tres aliæ libræ, quo totus Vectis AB in æquilibrio horizontali conſiſtat.

* Fig. 20. Similiter ſi bracchium *DC ſit triplum ipſius CA: erit bracchii DC Pondus (quod vocabimus π) triplum alterius CA, concipieturque pendere in *r*, i.e. in diſtantia *r*C tripla ipſius C*g*. Igitur pro ſtatu æquilibrii momentum ipſius *g* eſt $3 \times \pi$, i.e. $3 \times 3 = 9 =$ Quadrato ex 3. Et ſic deinceps; ita ut proprietas hujus Propoſitionis non modo numeris integris ſed & fractis competat, prout examinanti patebit.

Fig. 20. §. 65. SCHOLION I. Idem etiam ſequente evinces ratiocinio. Si BC ſit duplum ipſius CA, diviſum in partes æquales BG, GC; ſervabunt *primo* æquilibrium inter ſe duæ partes æquales CG, AC. *2do*, GB æquale ipſi CA (cujus gravitas colligitur in puncto medio *r*)

diſtat diſtantiâ triplâ ipſius C*g*; adeoque pro GB æquilibrando requiruntur ad dextram adhuc 3 CA, atque adeo univerſim (1 CA † 3 CA) = 4 CA. Porro ſi CD ſit triplum ipſius CA, diviſum in 3 æquales partes DB, BG, GC; pro partibus CG & GB æquilibrandis requiruntur (*ex modo dictis*) ad dextram 4 CA: 2*do*, pro BD, quod diſtat diſtantia quintupla ipſius C*g*, requiruntur 5 AC, adeoque univerſim (4 AC † 5 AC) = 9 AC. Hinc ſi Parallelepipedi DA pars DC ſit ad alteram CA, ut 3 : 1; erit æquilibrium, ſi parti AC imponas adhuc octo alia parallelepipeda, ipſi AC æqualia.

SCHOLION II. Ex his porro promum ſit, quomodo datis gravitate Vectis homogenei Parallelepipedi AB (v.g. 6. Librarum) & Potentia P (2 libr.) datisque diſtantiis CA, CB (quas ponemus eſſe, ut 1:2) inveniendum ſit pro æquilibrio Pondus O. Nam *primo*, præſcindendo a Vectis gravitate deberet eſſe 1:2 : : P:O : : 2:4, adeoque O = 4 libr. *Secundo*, propter Vectem ipſum, in quo quidem æquiponderant partes æquales GC, CA, reliqua autem pars bilibris BG diſtat reſpectu ipſius O, ut 3:2, deberent in O adhuc addi 3 libræ. Igitur pro æquilibrio habendo debet O eſſe librarum (4 † 3) = 7. Fig. 20.

CAPUT III.

De Machinis ſimplicibus, Libra, Statera, Axe in Peritrochio, Trochlea, Plano inclinato, Cochlea, Cuneo.

Inter Machinas ſimplices primum locum obtinet Vectis: quem quia in præcedentibus pro ratione inſtituti noſtri abunde verſavimus, nunc cæteras expendemus.

ARTICULUS I.

DE LIBRA.

§. 66. DEFINITIO. *Libra* ſeu *Bilanx* eſt Machina, conſtans jugo ſeu ſcapo AB, com- Tab. II. Fig. 21.

Digitized by Google

poſito ex æqualibus & æquilibrium inter ſe ſervantibus bracchiis AC, CB; Axe C, qui per jugi medium perpendiculariter trajicitur & ſuſtentatur trutinâ CD; Lingulâ inſuper ſeu Examine Cr, quæ jugi medio perpendiculariter inſiſtit intra trutinam. Ex bracchiorum extremis ſuſpenduntur lances L, & *l*, quæ & ipſæ unà cum filis ſuis & fibulis æquiponderant. Lingula verticaliter erecta indicat, jugum eſſe in ſitu horizontali.

PROPOSITIO XIV.

§. 67. *Pondera æqualia in Libra horizontaliter ſita ſervant æquilibrium.* II. *Et dum ſervant æquilibrium, ſunt æqualia.*

DEMONSTRATUR I. Pars uti Propoſitio I.

DEMONSTRATUR II. Pars ex Prop. 3. Cor. 5. vel per abſurdum ex ipſa parte I. derivandum.

PROPOSITIO XV.

Demonſtrantur præcipuæ Bilancis proprietates.

Fig. 22. §. 68. I. *Si in Libra* AB (cujus jugum Mathematice hic, ſcil. inſtar lineæ conſiderabimus) *Centrum motus* C *ſit in ipſa linea horizontali* AB *ex qua ſuſpenſa ſint Pondera æqualia; quieſcet Libra, in quocunque ſitu* (v.g. *a*C*b*) *poſita, nec ſe reſtituet ad ſitum horizontalem.* DEMONSTR. Ductis in horizontalem AB perpendicularibus *bm*, *an*, æqualia ſunt Triangula *Cna*, *Cmb*; igitur & diſtantiæ *Cn*, *Cm*, æqua-

Digitized by Google

æquales. Cumque Pondera ipſa æquantur, Tab. II.
conſiſtit æquilibrium, *per Propos.* 1.

§. 69. II. *Si in Libra* AB *Centrum motûs* Fig. 23.
non ſit in linea jugi Mathematici, ſed ſupra iſtam, ſcil. in C; *fueritque Libra hæc ex ſitu horizontali inclinata ad ſitum* a C b: *Pondera æqualia* A & B *ſe reſtituent ad æquilibrium horizontale.* DEMONSTR. Diſtantiæ in Libra inclinata hic ſunt *m* C, C *n*; hæ autem cum ſint inæquales, pondera vero æqualia; præponderabit ipſum *b**, *§. 26.
adeoque deſcendet; & propter conceptum impetum attollet ipſum *a*: hoc autem eodem modo deſcendet & attollet ipſum *b*; eaque alternatio ſemper continuabitur, ſi nullus fuerit in puncto C affrictus; ſin vero per attritum motus ſenſim imminuatur, continuabitur eousque ſolum, dum demum bilanx in ſitu horizontali quieſcat, *per Prop.* 1.

§. 70. III. *Rurſum ſi Centrum motûs non* Fig. 23
ſit in linea jugi Mathematici; ſed ſupra eam in C; *fueritque Pondus* a *paulo majus altero* b: *deſcendet ipſum* a *eousque in ſitum* a b, *dum demum ſit diſtantia* m C *ad diſtantiam* C n, *uti* b *ad* a. DEMONSTRATIO liquet ex Prop. 3. & 7.

§. 71. IV. *Si Libra, cujus Centrum motûs* Fig. 24.
C *eſt infra lineam jugi Mathematici* AB, *dimoveatur ex ſitu horizontali in alium* a n b; *non redibit Libra ad horizontalem ſitum, ſed vertetur & gyrabitur circa* C, *donec acquirat ſitum illi priori contrarium, ſcilicet* b *fiat ſiniſtrum,* & a *dextrum.* DEMONSTR. Centrum gravitatis *n*, quod in ſitu horizontali exiſtebat intra ver-

C

Tab. II. Lingulam inſuper geſtat veluti Libra. Bracchia antequam onerentur, ad æquilibrium ſint reducta; quod fit vel per appenſam in bracchio breviore Lancem, vel per uncum aliudve pondus. Bracchium longius CB, incipiendo a Centro motûs C, dividitur in plures partes æquales longitudini AC, quæ eſt inter punctum ſuſpenſionis A & Centrum C; poteſtque fieri harum partium ſubdiviſio. Adeſt & Bolis P, noti alicujus ponderis, v.g. unius libræ: Bolis hæc debet poſſe per ſcapum vagari & in eo diverſis diviſionum punctis inſiſtere.

PROPOSITIO XVII.

§. 76. *Si in* A *appendatur aliquod Pondus* O; *& Bolis P in ſcapo inſiſtat alicui diviſionis puncto* (v.g. Sexageſimo) *æquilibrium efficiens; notum fiet ipſum O: nempe O toties continebit ipſum P, quoties diſtantia* CP *continet ipſum* AC.

DEMONSTRATIO. Statera hæc æquivalet Vecti Heterodromo. Ergo pro æquilibrio eſt PC : CA :: O : P. Proinde ſi PC ſit ſexagecupla ipſius CA, etiam O ipſius P ſexagecuplum erit. *Q. e. d.*

§. 77. SCHOLION I. Diviſioni Scapi ſupra indicatæ præfertur diviſio empirica, quæ fit tentando, ſcil. appendendo in A Libram unam, & tunc Bolidem cujuscunque ponderis v.g. unius Libræ ex C verſus B movendo, dum æquilibrium obtineat; quo facto notetur punctum illud, cui illa impendet. Idem eſto judicium de punctis aliis inveniendis. *Vel*, puncta decima tentando inveni, & ſpatia intercepta in alia decem ſubdivide.

SCHOLION II. Statera Romana habet illud commodi præ Bilance, quod cum ſolum onus O & Bolis P in eam graviten, Axis ejus minori vi adigatur in trutinam, quæ illam tangit, præ-

ſinde & motus ejus aliquanto liberior ſit, quam in bilance. 2*do*, quod unico pondere explorari multa alia graviora poſſint. 3*tio*, quod graviora onera, quam bilanx, ſuſtentare queat. Verum cum nequeant in illa obſervari Ponderum minutiæ; cum facile doloſa poſſit effici, nec pronum ſit, fraudem ejus illico retegere, bilanci poſthabenda eſt. Cæterum poſſunt etiam ſtateræ parari, quarum minus bracchium non ſit in æquilibrio cum longiore, antequam onerentur: quæ quomodo tractari debeant, ſi nondum ſatis per ſe pateat, diſci poterit ex *Leupoldi Theatro Statico*. Tab. II.

ARTICULUS III.

De Axe in Peritrochio.

§. 78. DEFINITIO. *Axis in Peritrochio* eſt Machina, quæ *primo* conſtat Cylindro A B, cui funis circumvolvitur ſuſtinens Pondus O; 2*do*. duobus clavis teretibus, qui Cylindri baſibus ita infixi ſunt, ut ejus Axem conſtituant. Hi fulcris incumbunt, ſuper quæ verſari queant; 3*tio*. Scytalis vel Radiis *m n*, *p q*, per Cylindrum trajectis, vel Rotâ R, cujus peripheriæ infixi ſint Radii. Supponimus, Scytalas iſtas ſeu Radios rectà tendere verſus Centrum Rotæ aut Cylindri. Fig. 26.

PROPOSITIO XVIII.

§. 79. *Si e Cylindro* B A *pendeat Pondus* O; *& Potentia* D *vel* P *directione ad ſcytalam perpendiculari deorſum trahat: erit æquilibrium, ſi fuerit Radius* C D *ad Cylindri ſemidiametrum* BC *reciproce, uti* O *ad* D *vel* P. Fig. 27.

DEMONSTR. Talis machina refert Vectem Heterodromum D C B, mobilem circa Centrum fixum C. Ergo D C : C B :: O : P. *Q. e. d.*

SCHOLION. Quo longior eſt Scytala, aut quo gracilior Cylindrus, eo minor requiritur Potentia ad ſuſtentandum onus.

Digitized by Google

Tab. II. 2. Hinc dum Pondus quodpiam hac Machina attollitur, curandum, ut ne funis ſupra ſeipſum volvatur, ac ne ſpiræ ſpiris imponantur; creſcente enim Cylindri Diametro decreſcunt vires Potentiæ. 3. Si Potentia P habeat majorem Rationem ad O, quam AC ad CB; vincetur nunc & attolletur Pondus O; quo pacto Machina hæc inſtar Vectis perpetui erit: dum enim nova Scytala apprehenditur, perinde eſt, acſi Vectis de novo applicaretur. 4. Ad Axem in peritrochio revocantur rotæ Molarum, in quarum prominentes palmulas vel alas dum aqua aut ventus impetu incurrit, iſtas circumagit. Huc ſpectant & rotæ illæ inſtar tympani cavæ, quæ vel ab homine vel ab animali pedibus antrorſum porrectis calcantur & circumvolutantur: Rotæ item dentatæ de quibus poſtea.

ARTICULUS IV.
De Trochleis.

§. 80. DEFINITIO. *Trochlea* eſt machina conſtans uno vel pluribus orbiculis circa Axem rotabilibus, in quorum peripheria inciſus eſt canaliculus circularis, qui funem excipit. Trochlea unius rotulæ vocatur *Monospaſtos*; duarum rotularum, *Diſpaſtos*; trium, *Triſpaſtos* &c. & ſic de aliis *Polyſpaſtis*.

Trochlea dupliciter adhibetur: vel enim figitur immobiliter, ut in Fig. 28; vel eſt mobilis, ut in Fig. 29.

PROPOSITIO XIX.

§. 81. *Si Pondus O pendeat ex Trochlea fixa* (Fig. 28.) *& Potentia P trahat directione parallela ad filum AO; requiritur pro æquilibrio* O = P. II. *Ut autem in Trochlea mobili* (Fig. 29.) *ſit æquilibrium inter Potentiam P & Pondus O, requiritur* P : O :: 1 : 2.

DEMONSTRATUR I. *Pars.* Trochlea hæc ſe habet inſtar Libræ, habens ultro citroque Centrum C æqualia bracchia AC, CB. Ergo requiritur O = P.

Digitized by Google

DEMONSTRATUR II. *Pars.* Trochlea hæc ſe habet inſtar Vectis Homodromi, cujus fulcrum eſt in A, Potentia applicata in B, Pondus in medio C. Ergo P : O :: AC : AB :: 1 : 2. *Q. e. d.* Tab. II.

§. 82. SCHOLION I. Quanquam Trochlea fixa ex demonſtratis non juvet Potentiam reſpectu Ponderis, id tamen confert, ut in rotula verſatili funis ſit minus refractarius trahenti, quam ſi is foret circa obſtaculum fixum trahendus.

SCHOLION II. Si in Trochlea fixa Pondus ſit P, Potentia autem *p* trahat directione *m p*, ad BP non parallela; adhuc requiritur P = *p* pro æquilibrio. Nam quia *p m* eſt Tangens, adeoque perpendicularis ad C *m*, erit * BC : C *m* :: *p* : P; ſed eſt BC = C *m*, ergo & *p* = P. Hinc ſi in capiendis experimentis exhibendæ ſint Potentiæ trahentes directione obliqua, poſſunt harum vices obire Pondera per applicatam trochleam oblique trahentia. Fig. 28. * Prop. 5.

SCHOLION III. Præferenda eſt Trochlea, quæ cum ſuo Axe mobilis eſt intra Capſam, illi, quæ circa fixum Axem rotatur: poſtrema enim ob crebriores inæqualesque ſubſultus atque attritum majorem majus ſuſtinet impedimentum, quam prima, motu magis æquabili gyranda.

PROPOSITIO XX.

§. 83. *In Polyſpaſto (Figuræ 31.) eſt æquilibrium; ſi ſit* P *ad* O, *ut* 1 *ad numerum funiculorum, inferioribus trochleis circumdatorum;* VEL, *ut* 1 *ad duplum numeri trochlearum inferiorum.*

DEMONSTRATIO. Superiores trochleæ nihil juvant Potentiam P, ſed funium duntaxat lubricitatem *. Dum autem Potentia P tenet extremum funis, onus O deſcendit gravitate ſua eousque, dum funes uniuscujusque trochleæ ſint æqualiter tenſi: adeoque Pondus O diſtribuitur per funiculos inferiores, æquali vi a ſingulis geſtandum. Ergo P in caſu Figuræ dato eſt quarta pars virium, ipſum O ſuſtentantium; unde hic P : O :: 1 : 4. * §. 82.

Digitized by Google

Tab. II. §. 84. ALIA DEMONSTRATIO. Velocitates hîc ſunt reciproce ut Potentiæ: ergo eſt æquilibrium *. *Probo Antecedens*, Si ponas grave O attolli per unum pedem; ſinguli funiculi fiunt breviores uno pede. Sed ſpatium hoc, quod funiculis detrahitur, accedit Potentiæ P; ergo velocitas ipſius P eſt quadrupla velocitatis Ponderis O. Ergo.

* Pr. 3. Cor. 2. vel 3.

§. 85. SCHOLION I. Si in Polyſpaſto Figuræ 31. tres tantum eſſent trochleæ C, D, B, omiſſa A, atque Potentia traheret applicata inter A & B; adhuc maneret Potentia iſthæc ſubquadrupla Ponderis Q; eoquod ſuperior Trochlea A neque Potentiam juvet, neque velocitatem ejusdem augeat. Econtra ſi Polyſpaſtus iſta 3 trochlearum (C, D, B) invertatur (*ut in Fig. 33. cernere eſt*) ita ut ſuſpenderetur ex unco ad O, & ex trochlea C penderet onus Q; Potentia in *p* applicata, foret tantum ſubtripla oneris, eoquod hæc in tali filorum diſpoſitione, applicata ſive in *p* ſive in *x*, haberet velocitatem triplam oneris. Ex quo conficitur REGULA GENERALIS *pro quavis Polyſpaſto: Pondus ſe habet ad Potentiam, uti Numerus funium, Pondus ſuſtinentium, ad unitatem*. Id eſt, ut cognoſcas in Polyſpaſto Rationem Oneris ad Potentiam, vide numerum funiculorum in inferiorem vel inferiores trochleas agentium; numerus hic ad unitatem relatus dabit quæſitum. Sic ſi in inferiores trochleas agerent funiculi 5, haberet ſe Onus ad Potentiam ût 5 : 1.

§. 86. SCHOLION II. Supponimus 1mo. in Polyſpaſto funiculos omnes eſſe parallelos inter ſe: nam in non parallelis requiretur paulo major Potentia. 2do. Pondus O pendere ex Centro vel Axe inferiorum trochlearum: ſi enim hoc non fieret, diſponerenturque trochleæ *a*, *b*, *c* libere, prout in *Figura* 32. apparent; multo minor requireretur Potentia reſpectu ponderis: etenim hæc applicata in *a*, geſtaret Ponderis dimidium, at applicata in *b* partem illius quartam, in *c* octavam, & ſic deinceps in eadem progreſſione Geometrica.

Digitized by Google

Quemodo Polyſpaſti trochleæ binis capſis vel ciſtulis includi queant, videri paſſim poteſt apud noſtrates operas. Tab. II.

ARTICULUS V,
De Plano Inclinato.

§. 87. DEFINITIO I. Planum HA dicitur *Inclinatum*, quando cum Plano Horizontali HD efficit angulum H, qui & *Angulus Inclinationis* vocatur. Fig. 34.

DEFINITIO II. *Gravitas abſoluta* (v.g. Corporis C) vocatur illa, quam hoc Corpus habet libere ſibi relictum abſque ullo ſibi ſubjecto Plano. *Gravitas reſpectiva* eſt momentum, quod habet Corpus in ipſo Plano conſtitutum.

PROPOSITIO XXI.

§. 88. *Si ſuper Planum Inclinatum* HA, *cujus baſis* HD *ſupponitur eſſe ſemper horizontalis, trahatur Sphæra directione* Cx, *quæ ex Centro* C *ducitur parallela cum Plano* AH: *erit æquilibrium inter Pondus* C *&* *Potentiam trahentem* P, *ſi ſit* C *ad* P, *uti Plani longitudo* HA *ad ejusdem altitudinem perpendicularem* AD.

DEMONSTRATUR. Ducatur verticalis C*tu*, & ex C in Plani punctum *r*, in quo Sphæra & Planum ſe tangunt, recta C*r*, quæ erit Perpendicularis *; ex *r* ducatur *rs*, perpendicularis in verticalem: repræſentabunt lineæ *Cr*, *rs*, vectem angularem, cujus fulcrum ſit *r*, & ex cujus puncto *s* pendeat totum Pondus ipſius C, verticali directione *su* deorſum tendens. Quia igitur Potentia & Pon-

* Geomet. Prop. 19.

Digitized by Google

Tab. II. dus trahunt perpendiculariter; erit C del ex *s* pendulum ad P, uti reciproce C*r* ad *rs*. Atqui ut C*r* ad *rs*, ita etiam eſt HA ad AD (*Nam cum Triangulum rectangulum* Csr *ſimile ſit alteri* Crt *, *& hoc ſimile ipſi* Hut, *iſtud vero pariter ſimile ſit ipſi* HDA; *ſimilia ſunt inter ſe extrema* Csr *&* HDA, *adeoque ut in primo eſt Hypotenuſa* Cr *ad ſuum Cathetum* rs, *ita & in poſtremo eſt* HA *ad* AD) Ergo etiam eſt C:P::HA:AD. *Q. e. d.*

* Geom. Prop. 87.

ALIA DEMONSTRATIO. Ponamus Potentiam P (in cujus locum ſubſtituemus Pondus, e trochlea *x* pendens) deſcendere per ſpatium A*m*, v.g. 1 pedis; movebitur etiam grave C ſuper Planum per tantundem ſpatii (v.g. per H*t* = A*m*). Altitudo autem perpendicularis, per quam onus C aſcenderit, & ſecundum quam reſiſtit ipſi P, erit *ut*. Igitur erit æquilibrium, ſi ſit C ad P, uti reciproce ipſorum ſpatia H*t*, *tu**. Atqui ut H*t* ad *tu*, ita etiam eſt HA ad AD; ergo etiam eſt æquilibrium, dum eſt C:P::HA:AD. *Q. e. d.* Quare ſi HA ſit dupla vel tripla ipſius AD; erit Potentia P ſubdupla vel ſubtripla ipſius C. *Hæc demonſtratio poſterior non globis ſolum, ſed & aliis Corporibus accommoda eſt.*

* Pr. 3. Cor. 4. vel. 3.

§. 89. COROLLARIUM I. Siquis vellet in priore directione *x*C*z* retinere globum quietum; deberet in *z* applicare vim parem ipſi P, ac proinde parem illi, qua conatur globus deſcendere. Unde ſequitur, hunc conatum Globi i. e. gravitatem reſpectivam eſſe ad gravitatem abſolutam, uti AD ad AH.

Digitized by Google

§. 90. COROLLARIUM II. Cum ſit C:P:: HA:AD; HA autem ſumi poſſit pro ſinu toto ſeu Radio, & AD pro ſinu anguli H; erit ſemper C ad P, uti Radius ad ſinum anguli Inclinationis. Igitur gravitas reſpectiva eo minor eſt, quo longior eſt ipſa HA, manente interim eadem altitudine AD. Tab. II.

§. 91. COROLLARIUM III. (*Vide Figuram 30, in qua concipe duos globos* c *&* C, *non conjunctos per filum, ſed omnino ſeparatos*). Si idem grave C ſuſtentetur ſuper diverſa Plana Inclinata HA, *b*A; erunt illius gravitates reſpectivæ (quas vocabimus R & *r*) ſuper illa, uti ſinus angulorum inclinationis (H & *b*). Nam ſi conjungas Plana ita, ut acquirant communem altitudinem AD; erit in Plano HA

C:R :: Sin. tot. : Sin. H. pariter in Plano *b*A

C:*r* :: Sin. tot. : Sin. *b*. Quæ Proportiones ſi *alternando* diſponantur, patebit eſſe R:*r* :: Sin. H : Sin. *b*.

Secundo, ſequitur porro, duo Corpora C & *c*, æquilibrium ſervantia ſuper diverſa Plana HA, *b*A, eandem altitudinem AD habentia, & conjuncta per Chordas (CV, *c*V) planis parallelas, eſſe inter ſe uti ſuorum Planorum longitudines HA, *b*A. Nam quia eadem vis (V) quæ in V ſuſtentat ipſum C, valet etiam ibidem ſuſtentare ipſum *c*, inde eſt

V:C :: AD:HA. Pariter

V:*c* :: AD:*b*A. Facta autem ut ante alternatione, erit C:*c* :: HA:*b*A.

Digitized by Google

Tab. II. §. 92. SCHOLION I. Quia Hypotenuſa ſemper major eſt altitudine; erit etiam gravitas abſoluta ſemper major reſpectivâ, & Potentia P minor ipſo C, donec tandem angulus inclinationis ex acuto fiat Rectus. Quòd dum evenit, requiritur Potentia P par ipſi C. II. Dum equus trahit currum ſuper Planum inclinatum, præter difficultatem, quam experitur eundem trahendi in Plano Horizontali, gravatur inſuper reniſu, qui ſe habet ad totum currûs onus, uti Plani altitudo ad ipſummet Planum.

PROPOSITIO XXII.

Fig. 35. §. 93. I. *Si Potentia* P *Globum* C *ſuper Planum inclinatum retineat in æquilibrio directione* CP, *parallelâ ad Plani baſin* HD; *erit* P *ad* C, *ut altitudo* AD *ad baſin* DH. DEMONSTR. Duc ut ante tum ad Planum tum in verticalem perpendiculares Cr, rs, & ex r in CP perpendicularem rx. Repræſentabunt ipſæ xr, rs Vectem angularem xrs, in cujus puncto s vigeat totum Globi Pondus, eritque P : C :: sr : rx, vel ob rx = sC, P : C :: rs, sC. Atqui ut rs ad sC, ita etiam eſt AD ad DH (*ob ſimilia Triangula* rsC, trC, tuH, ADH). Ergo etiam eſt P : C :: AD : DH. *Q. e. d.*

Fig. 36. §. 94. II. *Si Potentia* P (*vel* Q) *trahat Globum directione ad Planum non parallela, v. g.* CP (*vel* CQ) *ita ut hæc directio faciat cum Plano* (*ſubinde ſi neceſſe ſit producto*) *angulum* PIA (*vel* CQI) *qui vocari ſolet* angulus tractionis, *ſitque æquilibrium inter* P *&* C: *erit* P *ad* C, *ut Sin. Anguli inclinationis* H *ad Sin. Complementi anguli tractionis* I *vel* Q. Ut ſi H ſit 47°. & I 30°; erit P ad C, ut Sin. 47° ad Sinum 60°. DEMONSTRATUR. Duc ut ante Perpendiculares Cr, rs, rx. Erit propter Vectem angularem xrs, P : C :: sr : rx. Atqui eſt sr ad rx,

uti Sinus anguli H ad dictum Sinum Complementi. Ergo etiam ita eſt P ad C. *Probo minorem.* Primo ob ſimilia Triangula C *s r*, C *r t* *, H *u t*, eſt angulus H æqualis angulo *r* C *s*, cujus Sinus eſt ipſa *r s*, ſi ipſam C *r* pro Radio accipias. 2[do]. in ſimilibus Triangulis *I r C*, *r x C*, æquales ſunt anguli I & C *r x*, iſtiusque Complementum eſt angulus *x* C *r*; hujus vero Sinus eſt ipſa *x r*, accipiendo rurſus ipſam C *r* pro Radio. Ergo eſt *s r* ad *r x*, ut Sinus anguli Inclinationis H ad Conſinum anguli tractionis I. *Q. e. d.* Tab. II. * Geom. Pr. 27.

§. 95. SCHOLION. Pariter ſi quivis angulus tractionis Q, qui cadit inter *r* & A, ſit æqualis ipſi I, erit eadem quæ ante demonſtratio, & Potentia Q æqualis ipſi P. II. Quo major evadit angulus I, vel potius, quo major efficitur ſinus anguli I, eo major requiritur Potentia P, donec hujus directio coincidat cum verticali N *s*, quo caſu erit P = C. 2*do*. Quo major ſit angulus Q (inter *r* & A) eo major requiritur Potentia Q, donec tandem directio ipſius Q coincidat cum ipſa C *r*, ubi gravitas ipſius C ſuperabit quamlibet Potentiam, eoquod ſicut angulus Complementi tunc penitus evaneſcit, nec ullam habet ad Sinum anguli Inclinationis Rationem, ita nec ulla Potentia ad vim C. III. Inter Potentias eundem Globum in eodem Plano inclinato ſuſtentantes omnium minima eſt illa, quæ directione ad Planum parallela eundem trahit: cum ſit hic * P ad C velut *r s* ad *r* C, i. e. ut Sinus ad Hypotenuſam; aliæ autem Potentiæ (*in Fig.* 35 & 36.) ſint ad C, ut una eademque *r s* ad *r x* i. e. ut Sinus ad Sinum; ſed ipſæ *r x* tanquam Sinus ſunt minores quam Hypotenuſa *r* C: ergo *r s*, comparata ad Hypotenuſam, eſt minor, quam comparata ad Sinus. Igitur *r s* ſive Potentia in prima comparatione, ubi parallela eſt cum Plano, eſt omnium minima. * Fig. 34.

ARTICULUS VI.

De Cochlea.

§. 96. DEFINITIO. *Cochlea* eſt Cylindrus in plures ſpiras exuberantes æquabiliter elaboratus. Cochlea hæc vocatur *Mas* re-

Digitized by Google

Tab. II. SCHOLIA GENERALIA.

§. 101. I. Potentia, quæ in Vecte aliisque Machinis hactenus explicatis æquilibrium ſervat cum onere, ſi vel pauxillum augeatur, prævalebit Ponderi, iſtudque vel movebit vel levabit.

II. Machinarum hucusque explicatarum vis atque utilitas in eo verſatur, quod Potentia de ſe inſufficiens ad Pondus aliquod vel ſuſtentandum vel movendum, reddatur ad id per Machinam potens ac ſufficiens. Modus autem univerſalis, quo id præſtatur conſiſtit in eo, ut, dum Potentia & Onus ſimul moventur, hæc velocius moveatur quam iſtud. Quanquam autem animal Machinæ applicatum hoc pacto acquirat virium compendium, temporis nihilominus diſpendium facit; ſive quantum lucratur facilitatis, tantum deperdit temporis. Sic ſi Homo valeat intra unum minutum advolvere lapidem centum prope librarum adhibito certo inter operandum celeritatis gradu; per Machinam in qua ſit Potentia ad onus ut 1 : 100, eundem lapidem advehet vi ſubcentupla quidem, ſed per tempus prioris centuplum, i. e. per 100 minuta ſi tanquam Potentia eodem celeritatis gradu agat in Machinam. At enim homo Machinâ hujusmodi adjutus par efficitur continuando diutius eidem labori, absque machina brevi defatigandus & labori proſequendo impar. Ubi vides, temporis jacturam, quam Machina adfert, compenſari alio ingenti emolumento.

III. Machina non auget Hominis, aut alterius Potentiæ vires abſolutas, ſed tantum reſpectivas, ſcilicet in ordine ad Pondus tardius movendum, quam moveatur ipſa. Ita neque Oneris vires abſolutæ minuuntur, ſed ſolum reſpectivæ propter Machinam; cum æque difficile ſit Oneri gravi vincere aliud Pondus æquale æquali ſecum celeritate movendum, quam vincere Pondus ſubcentuplum, at centies majore velocitate movendum.

APPEN-

Digitized by Google

APPENDIX
DE
MACHINIS COMPOSITIS.

§. 102. Quænam Machinæ ſimplices, quænam Compoſitæ ſint, non æque inter omnes convenit. Si retenta Definitione 7ma Cap. 1. Art. 1. ſimplicem voces eam, quæ ſine concurſu alterius Machinæ, vel ſimilis vel diverſæ, effectum ſuum operatur, erunt inter ſimplices reponendæ ſequentes: Vectis, Libra, Statera, Axis in peritrochio, Trochlea Monoſpaſtos, Planum inclinatum, Cochlea, Cuneus. Compoſitam deinde vocabis illam, quæ ex diverſa combinatione aut conjugatione machinarum plurium vel ſimilium vel heterogenearum exurgit. Inter Compoſitas itaque reponenda erit Polyſpaſtos §. 83, & §. 86, n. 2. item Planum duplex inclinatum §. 91. n. 2., eruntque hæ compoſitæ ex pluribus homogeneis. Verum ut a tricis ad utilia pergamus, ſermo nobis hic erit de machinis ita in ſe agentibus, ut vis per unam exercita applicetur alteri tanquam Potentia. De Machinis ita Compoſitis hæc valet Regula Generalis: *Potentia Machinæ compoſitæ applicata habet ad Onus in æquilibrio ſuſtinendum Rationem Compoſitam ex omnibus Rationibus Machinarum ſingularum ſeorſum ſumptarum.* In Exemplis Regula evadet perſpectiſſima.

MACHINA COMPOSITA
EX VECTIBUS HETERODROMIS.

§. 103. I. Sint tres Vectes primi generis (AB, BC, CD) & gravitate carentes, in quorum ſingulis ſeſe habeat Potentia ad onus, ut 1 ad 10. Diſponantur Vectes, uti Figura monſtrat. Dico, ſi ex A pendeat Pondus unius Libræ, fore ut in æquilibrio conſiſtat cum 1000 libris in D applicatis. Nam dum pendet P ex A, ſurſum urgetur punctum B viribus 10 librarum; quæ vis 10 librarum quia communicatur Vectis ſecundi puncto primo B, iſtudque ſurſum urget; fit, ut punctum C deorſum feratur vi 100 librarum. Hæc ipſa vis 100 librarum Fig. 41.

Digitized by Google

cum communicetur Vectis tertii puncto C, urgebitur ejus punctum D ſurſum vi 1000 librarum, quæ vis ſurſum urgens ut præciſe deſtruatur, debet in D appendi Pondus O, ipſi æquale, ſcil. = 1000 libr. Proinde P eſt hîc ad O in Ratione Triplicata Rationis 1 : 10; ſive P : O :: 1 : 1000. Eadem Ratio Ponderis P ad O elicitur ex motu amborum inter ſe comparato: nam in Vecte A B movetur punctum B decies tardius quam A; & in Vecte ſecundo punctum C decies tardius quam C, proinde centies tardius quam A: demum in Vecte CD punctum D movetur decies tardius quam C, ac proinde millies tardius quam A: Ergo iterum P : O :: 1 : 1000.

MACHINA COMPOSITA EX DIVERSI GENERIS VECTIBUS.

§. 104. II. Ex conjugatione Vectis primi & ſecundi generis efficitur Machina ingentibus Oneribus ponderandis apta.* A B eſt del Statera Romana ſuſpenſa ex Axe C. F H eſt Vectis ſecundi generis habens Hypomochlion in H; in F & A eſt clavus, circa quem mobile eſt utriusque Vectis punctum perforatum F & A: talis etiam clavus eſt in H. Demum anſæ C N & H M ſuſpenſæ hærent ex firmis uncis prope N & M. In D & K applicantur graviora pondera, quæ Vectibus æquilibrium concilient, antequam onerentur. Jam vero ſi diſtantia H G ſit ad alteram H F, ùt 1 : 12, & A C ſit ad C P ùt 1 : 10; erit pro æquilibrio habendo P ad O, ùt 1 ad 120. Quare P 10 librarum æquilibrabitur cùm O 1200 librarum.

*Tab. III. Fig. 42.

DE ROTIS DENTATIS.

§. 105. III. ROTA DENTATA nihil equidem aliud eſt, quam Axis in peritrochio, id tamen commodi habens præ illo vulgari, quod auxilio tympani, Rotæ applicati, longe facilius moveatur, quam is, qui ſcytalis gaudet manu apprehendendis. Rotæ ipſæ a varia dentium diſpoſitione varia ſortiuntur nomina: nam ſi hi exiſtant in Plano circulari, vocatur *Rota Stellata*, Stern-Rad. Si dentes inſiſtant perpendiculariter ipſi Plano

Digitized by Google

verticaliter ſito, vocatur *Pectinata*, Kamm-Rad. At ſi emineant perpendiculariter in Plano hoc horizontaliter ſito, vocatur *Coronata* (Cron-Rad). Dentes hi vel movent *tympanum* (das Getrieb) circa axem pariter mobile, vel moventur ab iſto. Tympanum hoc, ſeu Laterna, componitur ex certo *verticillorum*, ſeu paxillorum numero (aus Trieb-Stecken) qui ſeſe inſinuant in dentium, qui in Rota ſunt, interſtitia. Jam vero ut Machinæ ex pluribus Rotis compoſitæ vim ſupputemus, ſint tres Rotæ * A, B, C; Radius Rotæ A ſit decuplus Radii Cylindri GH; & Radius Rotæ B decuplus Radii in tympano *t*; item ille Rotæ C decuplus Radii in tympano *s*; ſit demum pariter Radius Manubrii P*m*, in gyrum volubilis, decuplus Radii tympani *r*. Erit itaque primo pro ſtatu æquilibrii Potentia P manubrio applicata ad illam, quæ ei in tympani *r* verticillis reſiſtit, ut 1 : 10. Hæc autem vis (= 10) quia adminiculo paxillorum communicatur Rotæ C; habebit ſe vis hæc communicata ad illam tympani *s* paxillis reſiſtentem, ut 10 : 100. Porro vis iſta (100) communicata Rotæ B habet ſe ad reniſum in tympano *t* ut 100 : 1000. Pariter hæc communicata Rotæ A, eſt ad Onus O renitens in Cylindro, ut 1000 : 10000. Quare libra 1 in P applicata ſuſtentat in O libras 10000: adeoque P eſt in dato exemplo ad O in Ratione quadruplicata Rationis 1 : 10. Viciſſim autem dato onere O, datisque tum Rotarum tum tympanorum Radiis, erui poteſt quantitas Potentiæ P. Neque Machinæ hujusmodi rotatæ ſupputatio differt ab illa Machinæ, ex pluribus Vectibus (ut in del compoſitæ. Fig. 41.)

* Fig. 44.

§. 106. *Quæres*, perindene ſit, quos & quot paxillos tympano, & quot Dentes Rotæ tribuas? *Reſpondeo Negative*. Sed tenenda certa inter utrosque Ratio. Quæ res quia ad conſtruendas Machinas rotatas multum momenti habet, in gratiam Tyronis praxeos ſtudioſi breviter illam declarabo per aliquot Problematum reſolutiones.

Problema I. *Dato numero paxillorum in tympano* r, *& numero dentium in Rota* C, *invenire, quoties tympanum ſit gyrandum, dum Rota* C *ſemel convertatur.* Di-

Digitized by Google

vide numerum dentium per numerum paxillorum; & quotus oſtendet numerum converſionum tympani. Habeat e. g. Rota C dentes 30, & tympanum *r* paxillos 5, quoniam itaque quini ſemper dentes tympanum ſemel gyrari faciunt, convertetur iſtud toties, quoties quinarius continetur in 30, ſcil. hic ſexies. Si tympano forent paxilli 7, converteretur hoc quater & $\frac{2}{7}$, dum Rota A ſemel circumagitur.

PROBLEMA II. *Datâ Machinâ rotatâ, explorare, quoties Rota prima circumagenda, dum ultima ſemel gyratur.* Sit Machina trium Rotarum A, B, C; A habeat dentes 80, B 60; tympanum *t* habeat paxillos 10, *s* 8. Quæritur, dum Rota A ſemel gyratur, Rota C quoties convertetur? RESOLUTIO. Dum Rota A ſemel convertitur, gyratur tympanum *t*, conſequenter & Rota B, octies *: & ob 60 dentes in B, agent nunc in tympanum *s* dentes 8 × 60 = 480. Hi facient tympanum *s* una cum Rota C gyrari ſexagies *, dum Rota A unum abſolvit circuitum.

* *Probl.* 1.

* *Probl.* 1.

PROBLEMA III. *Dato numero (60) dentium in Rota* A, *ejusque Semidiametro = 1 pedi vel 1000‴, & numero (5) paxillorum in tympano futuro* t *in quod Rota* A *agat, invenire Diametrum tympani.* Quære *primo* Peripheriam Rotæ ex Radio *, quæ erit = 6280‴ (nam ut 100 : 314 :: 2000‴ : 6280‴) *Secundo*, quære partem ſimilem, quæ ita contineatur in inventa peripheria (6280) ſicut 5 in 60, i. e. ſicut numerus paxillorum in numero dentium Rotæ; erit hæc proxime 523‴, qui numerus præbet tibi tympani peripheriam, ex qua porro quære Diametrum = proxime 166‴. Quare dum pro Horologio inſtruendo tribus Rotis, & Perpendiculo 9 circiter pollices Pariſinos longo audis laudari haſce dentium & verticillorum Rationes, ut Rotæ infimæ & majori tribuantur dentes 72, ſecundæ B dentes 60, tympano autem, quod axi hujus Rotæ affixum eſt, Verticilla 7; demum Rotæ C dentes 35, & hujus tympano Verticilla 6: determinatâ ſemel Rotæ A Diametro, determinabitur per Probl. præſens Diameter tympani primi; & definitâ Ro-

* *Geom.* §. 179.

Digitized by Google

tæ B Diametro (quam convenit eſſe paulo minorem illa prioris A) ſimiliter definietur Diameter tympani ſecundi.

PROBLEMA IV. *Datis Potentia* P *&* *onere* O *æquilibrandis, determinare non ſolum numerum Rotarum & tympanorum; ſed etiam horum Diametros; imo & dentium atque paxillorum numerum definire.* Fig. 44. Sint duo viri ſingillatim vim 25 librarum in Machinam adhibentes, qui proinde conjunctim efficiant vim = 50. Onus ſit = 1000 libr. RESOLUTIO. Vide, quoties Potentia contineatur in Onere; Quotus erit 200, atque adeo debet eſſe P:O::1:200. Hunc numerum (200) reſolve in numeros tales, qui per ſeſe multiplicati eundem vel omnimode vel ſaltem proxime producant, v.g. in 7, 6, 5. Nam 7×6×5 = 210; vel in 8, 6, 4, quia 8×6×4 = 192; quanquam præſtet eligere Multiplicatores, qui producant numerum dato 200 potius majorem quam minorem. Jam vero quot Multiplicatores ſtatuiſti, tot Rotæ erunt adhibendæ, in quibus ubique Semidiametri vel Axis vel tympanorum ſe habeant ad Semidiametros Rotarum uti 1 ad Multiplicatores ſupra inventos. Igitur pro Machina Rotarum A, B, C, erit majoris Rotæ A Radius ad Radium Axis ſeu Cylindri ùt 7:1. Rotæ ſecundæ B Radius erit ad Radium ſui tympani *t* ùt 6:1. Et in Rota tertia, vel ſi pro ea adhibeas manubrium, erit hujus Radius ad Radium tympani *s* ùt 5:1. RATIO: O eſt ad P in Ratione Compoſita omnium Machinarum ſeorſim ſumptarum: Atqui ſi ponantur iſtarum datæ Rationes 7:1, 6:1, 5:1, Ratio ex his Compoſita eſt 7×6×5:1, vel 210:1. Ergo &c. Quod erat *primum* & *ſecundum*. Quoad *tertium* ſtatuendus eſt in Rota majore A talis dentium numerus, ut hi reſpectu oneris levandi firmitatem ſufficientem retineant. Tympano autem *t* juvabit dare talem verticillorum numerum, ut manente Ratione 1:6 (*quam tympani* t *Radius habet ad Radium Rotæ* B) Rota B fiat aliquanto minor præcedente A; pariter Manubrii gyrus fiat minor Rotâ B. Præterea cum Rota A ſuſtineat vim maximam, B minorem, Manubrium minimam, conveniet firmitatem majorem concedi Rotæ A, minorem Rotæ B. Itaque ſi tribuas Rotæ A Diametrum 4000‴, ei-

demque dentes 48, poteris tympano t dare paxillos 7 vel 6; tum enim ſervata Ratione 1 : 6, obtinebit Diameter Rotæ B ferme 3492‴ vel (ſi paxillos 6 in t ſtatueris) 2994‴. Et ſic porro. Finita demum ſupputatione comperies *, eſſe motum ipſius O ad motum ipſius P, uti reciproce eſt P ad O.

*Probl. 2.

DE COCHLEA INFINITA
MACHINÆ COMPOSITÆ APPLICATA.

§. 107. Si Cylindro AB (*Tab.* II. *Fig.* 40) circumvolvantur duæ treſve helices ſpirales, quales Cochlea requirit, quæ, dum Manubrium BP ſemel rotatur, ſufficiant ad promovendum unum Rotæ R dentem; organon hoc vocatur *Cochlea infinita*. Machina compoſita ex tali Cochlea & Rota dentata ingentes exerit vires, quas ita ſupputamus.

Si ex Rotæ R Cylindro C pendeat Onus O, & Manubrio BP applicetur Potentia P; habebit pro æquilibrio O ad P Rationem Compoſitam ex Ratione intervalli rs duarum helicum ad peripheriam Manubrii, & ex Ratione Radii FC in Cylindro ad Rotæ Radium CD. Nam primo habet ſe, pro ſtatu æquilibrii, P ad vim ipſi Cochleæ reſiſtentem, ut rs ad gyrum ipſius P*. 2do, Si hæc vis cogitetur eſſe applicata denti, qui intra duas helices movendus eſt; habebit ſe iſthæc ad Onus ſuper Cylindrum, ut FC ad CD. Ex quo exurgit dicta Ratio Compoſita. EXEMPLUM: ſit Diameter Manubrii 7″, rs = 1″; erit P ad vim ipſi Cochleæ renitentem ut 1 : 22. 2do ſit DC decuplus Radii FC, erit illa vis (= 22) denti applicata ad onus ſuper Cylindrum, ut 22 ad 220. Igitur P : O :: 1 : 220, quæ poſtrema Ratio componitur ex his, 1 : 22, 1 : 10. Si in P applicaret homo unus vires = 100 librarum, æquivaleret unus ille 220 hominibus easdem vires extra machinam exerentibus.

*Pr. 23.

ALITER Machinæ hujus vires ſupputabis, ſi peripheriam Manubrii multiplices per numerum circumvolutionum Cochleæ vel (quod idem eſt) per numerum dentium in Rota R: quo facto habes ſpatium a Potentia percur-

rendum interea, dum Onus O percurrit ſpatium peripheriæ Cylindricæ ad C. Jam vero ſi iſta ſpatia Potentiæ & Oneris eodem tempore percurrenda voces S & s; erit pro æquilibrio $S \times P = s \times o$ *, atque hinc $P:O::s:S$. * Pr. 3. Cor. 7.

Cæterum habet hoc Cochlearum genus magnum uſum ad inducendum in machinis tardiſſimum motum, ut ſi in Machina Figuræ 44. ſubſtitueres tympanis r, s, t, Cochleas infinitas, fieret in ultima Rota A motus ſupra, quam credi poteſt, tardus. Poteſt autem viciſſim motus velociſſimus eadem hac Machina excitari: nam (*repete Fig.* 40. *Tab.* II.) pone, Rotam R inſtructam eſſe dentibus 50, atque hanc circumagi; itaque cum dens quilibet gyret Cochleam A B totam, gyrabitur intra unam Rotæ R circumvolutionem Cochlea quinquageſies.

Hæc de Machinis Compoſitis ſufficiant, quis enim ſingulas percurrat? cum ad numerum revocari nequeant omnes, atque aliæ ex aliis quovis tempore excogitando inveniantur, diverſisque uſibus deſtinentur. Jam enim Cochlea infinita cum Rotis dentatis; Rotæ dentatæ cum Trochleis & Polyſpaſtis; Polyſpaſti cum Polyſpaſtis; Polyſpaſtus cum Plano inclinato; Trochlea cum Axe in Peritrochio committitur &c. Adi Moletrina, Prœla, Piſtrina, Officinas Monetarias, Gerania, Machinas aſſarias, Aurigarum Pancratia (Winde) & variam ubique Machinarum ſimplicium conjugationem & uſum videbis. Alias cernes ſimplicibus idcirco ſubſtitutas, quod harum vis infirmior conſequendo effectui non ſufficeret; alias eo fine advertes uſurpari, ut ſpatium anguſtum occupent, quales ſunt Machinæ rotatæ; alias deprehendes animari appenſis ponderibus, ut in Horologiis obvium eſt; alias aquæ motus concitatior vel lapſus, alias ventus, ignis, animalium vis viva agitabit. Conſulere ſuper his juvat P. Schotti Technicam curioſam; Leupoldi Theatrum Machinarum, opus inſigne; Belidorii Architecture Hydraulique. Muſſchenbroeckii Eſſai Phyſique Cap. 8; Maſſueti Phyſicam; Theatrum Machinarum Böckleri; Ramellii, cui tamen vitio vertitur, quod Machinas afferat nimium & compoſitas & frictione præpeditas; demum pretioſum Librum, Machines approuvees par l'Academie Royale des ſciences. De Automatibus horologis ſcripſerunt Leutmannus, & Jacobus Alexander O. S. Bened. Congr. S. Mauri, in Libro: Traité General des Horloges.

MANTISSA

De attritu in Machinis, aliisque earundem impedimentis.

§. 108. *Dum ſupra aſſeruimus* *, *Potentiam cum onere in æquilibrio poſitam, ſi tantillum augeretur, motum* * §. 101.

productaram in Machina; Machinam Mathematice conſiderabamus, abſtrahentes ab omni frictione, attritu, aliove quovis impedimento; quæ tamen non raro ejusmodi ſunt, ut Potentiæ vim magnopere infringant: id quod experiri cuilibet licet, potiſſimum in Planis inclinatis, Cochleis, Polyſpaſtis, aliisque Machinis, maxime compoſitis. Fuere quidem viri induſtrii, Amontonſius, Leibnitius, Sturmius, Camus &c. qui frictionis quantitatem certo determinare calculo laborabant: at qui exactioribus eandem experimentis verſarunt, cognoverunt denique, illam nec calculo ſubeſſe, nec certis Proportionum limitibus definiri poſſe. Quinque autem potiſſimum ſunt, quæ frictionem & remoram parere animadverſa hucusque fuerunt; ſcilicet 1. Aſperitas & ſcabrities. 2. Appreſſio. 3. Superficies. 4. Celeritas. 5. Calor. Ac

I*mo*. ASPERITAS, *quo major & ſenſibilior, eo magis Potentiæ vim enervat. Nam Corporum duorum A, B* (Fig. 43) *ſuperficies aſperas reddunt partes hiulcæ, monticulis & cavitatibus interſtinctæ. Dum igitur unius prominentia in oppoſitæ ſuperficiei cavitatem mergitur, vel dum unius monticulus offendit in alium ſibi oppoſitum, remoram motûs inde oriri neceſſe eſt, tanto majorem, quanto majora, duriora, plurave occurrunt obſtacula utrimque ſuperanda, deprimenda, abradenda, complananda. Remedia contra hoc frictionis genus ſunt, 1. Corpori, tellurem vel aliam baſin alias raſuro, ſubjicere rotas, globos, Cylindros, ſuper quos nunc volvatur, minore quam ante baſeos contactu. 2. Machinarum axibus, cheloniis & fulcris lævorem conciliare. 3. Eadem oleo, axungia, unguentis inungere, aquam iis affundere. 4. Cave ne in Trochleis potiſſimum Polyſpaſtis, rotularum peripheria lateralis loculamentum, intra quod retinentur, tangat aut radat: ſed circa Axem duntaxat Rotulæ nonnihil protuberent; ſic enim frictionis vis magna convertitur in longe minorem. 5. Frictio magnopere minuitur, ſi Axis, onus ſuſtinens, imponatur duobus tenuioribus Cylindrulis pariter circa axem rotabilibus, ac ſeſe prope tangentibus. Noli tamen exiſtimare his aliisve remediis omnem omnino frictionem tolli poſſe: viget illa etiamnum in materiis quantalibet ſedulitate*

Digitized by Google

politis, quarum aſperitas tametſi nudum oculum fugiat, per microſcopia tamen retegitur. Digna lectu ſunt experimenta a Cl. Muſſchenbroeckio capta in Cylindro, cujus axiculos Chalybeos variis impoſuit congruis alveolis: & æqualis quidem frictio erat, dum volvebantur intra alveolos cupreos & plumbeos, æqualis item intra Stanneos & Chalybeos; major tamen erat ſuper duo poſteriora metalla, quam prima. Adbibito dein olivarum oleo, difficilius movebantur intra alveolos oricbalcinos inunctos, quam non unctos; difficilius intra Stanneos quam Calybeos. Res eſt Machinarum conſtructoribus notiſſima, ejusdem ſpeciei metalla magis ſeſe atterere, quam quæ ſunt diverſa. Hinc ſi in Rotis dentes ſint oricbalcini, juvat tympani verticilla eſſe ferrea vel chalybea; & Axes ferreos præſtat imponere excipulis oricbalcinis.

II. Appressio, *quæ oritur tum ex ipſius Machinæ tum ex oneris movendi pondere, nova frictionis Mater eſt. Amontonſius a ſola preſſione attritum derivabat, ſtatuens, hunc eſſe fere ſubtriplum oneris prementis, ut adeo juxta hunc calculum ad pondus* 300 *librarum machinâ attollendum impendendæ forent vires* 400 *libris pares. Atenim Canonem hunc nec univerſalem eſſe, neque pro Ratione aucti Ponderis frictionem creſcere, retectum fuit poſtea.*

III. Superficies *aucta frictionem auget. Negaverat hoc Amontonſius, ea inductus ratione, quod creſcente ſuperficie etiam creſceret baſeos fulcientis magnitudo. At contrarium evicit Nolletus in Prælect. Phys. P.* 1. *Præl.* 3. *item Muſſchenbroeckius. Neque tamen pro Ratione auctæ ſuperficiei augetur frictio: etenim ſi Nolleto fides, dum ſuperficies ad aliam ſe habet ut* 1 : 2, *habet ſe frictio ut* 3 : 4. *Illud compertum, multo plus frictionis ab aucta appreſſione, quam aucta ſuperficie produci.*

IV. Celeritas *generat in Machina mota frictionem. Obſervante Muſſchenbroeckio, quando velocitates erant ut* 4, 6, 7, 8, 10, *frictiones erant ut* 1, $1\frac{1}{2}$, 2, 3, 4.

V. Calor, *ut obſervatum eſt, frictionem aliquantum auget. Excitatur autem facile, dum metallum ſupra metallum, vel lignum ſuper lignum valde velociter movetur.*

Hæc frictionis cauſa facile tollitur inunctione olei, aut affuſio e aquæ.

Inter motus impedimenta etiam poſtremo funes recenſendi, quando hi ob nimiam rigiditatem Cylindrum vel Trochleæ orbiculum non ſatis arcte complectuntur, aut quando Axis Semidiametrum augent: ubi notandum pro Praxi, in ſupputatione virium in Axe peritrochii etiam funis Semidiametrum eſſe Semidiametro Cylindri adjiciendam.

Tametſi vero frictionis quantitas nequeat certis calculi regulis comprehendi; ſequentia tamen generalius ſtatuere licet. 1. Attritum eo majorem eſſe, quo plures concurrunt ex ante allatis ejusdem cauſis. 2. Machinas ſimpliciores (ſi tamen levando oneri ſufficiant) præſtare magis compoſitis. 3. Ut cujusvis Machinæ vires utiliter explores, examina primum, quam Rationem (vi Machinæ præciſe atque a frictione abſtrahendo) habeat Potentia ad Pondus appendendum tale, quale ſupremo fere Machinæ robori convenire creditur: deinde in locum Potentiæ ſubſtitue Pondus, par oneri dato ſuſtentando, cui alia ſucceſſive pondus-cula adjicies, dum demum Machina animari, atque Onus levari incipiat; oſtendent ponduſcula, Potentiæ adjecta, frictionis quantitatem. Si fors in loco Potentiæ Manubrium occurrat, huic orbiculum ſubſtitue, ex quo filum cum pondere pendeat.

****

CAPUT IV.

De Compoſitione virium.

Cum vires compoſitæ crebro in RR. tum Mathematicorum tum Phyſicorum ſcriptis occurrant: de iis nonnihil dicendum exiſtimavimus.

§. 109. DEFINITIO. *Vires compoſitas* voco illas, quæ in idem punctum agunt diverſis directionibus, non tamen directe ſibi oppoſitis. *Motus compoſitus* eſt is, ad quem duæ pluresve cauſæ concurrunt.

Digitized by Google

Ut ſi navem ſecundo alveo ab ortu verſus occaſum defluentem vel Boreas vel remiges agant verſus meridiem; exurget inde motus compoſitus, uni æquivalens, quo navis mediam ingreſſa viam feretur verſus plagam, quæ inter Meridiem & Occaſum cadit.

AXIOMA.

Si idem punctum F (Fig. 47.) trahant duæ Potentiæ P & Q æquales, & directe, ſive in una linea recta, ſibi oppoſitæ; ſervant æquilibrium inter ſe.

PROPOSITIO XXV.

§. 110. *Si duæ Potentiæ* (P & Q) *ſuſtentent Pondus* (O) *funibus divaricatis* (OP, OQ) *ita ut æquilibrium ſit inter tres has Potentias* (O, P, Q); *tunc ſi ex puncto aliquo* (F) *aſſumpto intra lineam directionis Ponderis* (O) *ducantur rectæ* (FH, FG) *parallelæ ad Potentiarum directiones* (OQ, OP): *erit Potentia* P *ad alteram* Q, *uti in Parallelogrammo* HG *eſt* HO *ad ipſam* OG. Breviter, P:Q::HO:OG. Fig. 47.

DEMONSTRATIO. Ducatur per F Horizontalis PQ; & producantur (ſi neceſſe ſit) ipſæ PO, QO, ut in eas demitti poſſint ex P & Q perpendiculares QM, PN. Itaque 1mo, ut Pondus O cum Potentia P conferamus, dum Grave O a fune QO ſuſtentatur, licebit conſiderare ipſam QO inſtar bracchii rigidi in Vecte inclinato & circa Q mobilis (idem enim effectus ſequeretur, ſi funiculo ſubſtitueretur linea rigida QO). Tunc autem diſtantia P ipſius O eſſet QF, & diſtantia Potentiæ P, directione PM trahentis foret QM *; proinde P : O :: FQ : QM. Sed FQ eſt

* Pr. 7. Cor. 4.

ſinus anguli n, & QM ſinus anguli r (ſi ipſam OQ pro Radio accipias). Ergo P:O:: Sin. n : Sin. r. At eſt $n = m$, & $r = s$, habentque ſe in Triangulo FHO latera HO, FO *, uti Sinus angulorum m & s vel n & r: Ergo etiam eſt P:O::HO:FO.

* *Geom. Pr.* 33.

II^{do}. Si ſimiliter funem PO conſideres inſtar Vectis inclinati, ex quo pendeat ipſum O, ſuſtentante Vectem hunc Potentiâ Q directione QN; erit Q:O :: FP : PN *, ſive ut Sinus anguli POF ad Sinum anguli PON vel s, ſive (ſi priore ratiocinio utare) uti intra Δ FHO latus FH ad latus FO; adeoque erit Q : O :: FH : FO. Sed ex Num. I. eſt etiam P : O :: HO : FO. Igitur *commutando* & *alternando* erit O : FO :: Q : FH, &

O : FO :: P : HO, adeoque P:HO :: Q : FH; ac demum rurſus *alternando*, P:Q :: HO:FH *vel* OG. *Q. e. d.*

* *Pr.* 7. *Cor.* 4.

§. 111. COROLLARIUM I. Ipſum O (*ex demonſtratis*) habet ſe ad alterutram Potentiam P vel Q, uti Diagonalis FO ad OH vel OG. Atque hinc tres iſtæ vires (O, P, Q) in æquilibrio conſtitutæ habent ſe adinvicem, uti FO, OH, OG, vel (ob OG = HF) uti tria latera Trianguli FOH. *Vires Potentiarum* P *&* Q *vocantur* Componentes, *&* vis *ipſius* O *dicitur* Compoſita.

§. 112. COROLLARIUM II. Datâ igitur Ponderis O (vel cujuscunque huic æquivalentis Potentiæ) directione OF, datisque Potentiarum P & Q directionibus OP, OQ;

Digitized by Google

Invenies harum trium vires pro æquilibrio requiſitas, ſi ex puncto aliquo H, intra unius Componentis directionem electo, ducas rectam HF parallelam cum alterius Componentis directione OQ, & compleas Parallelogrammum.

§. 113. COROLLARIUM III. Cum vires trium Potentiarum O, P, Q, èxprimantur per Trianguli OFH latera FO, HO, HF; duo autem latera HF, HO, ſimul ſumpta ſint majora tertio FO; etiam patet, vires componentes ſimul ſumptas eſſe majores ipsâ Compoſitâ.

§. 114. COROLLARIUM IV. Duæ vires *Componentes* OH, HF, expreſſæ in Triangulo FOH, ſunt ad ſeinvicem, ſicut reciproce Sinus angulorum, quos conſtituunt virium iſtarum directiones cum Diagonali Parallelogrammi HG. Datis itaque iſtis directionum angulis, determinabitur ex Trigonometria Ratio trium Potentiarum P, O, Q.

§. 115. COROLLARIUM V. * Si punctum O trahant duæ Potentiæ P & Q, directe ſibi oppoſitæ & æquales, ac proinde æquilibrium efficientes; licebit alterutri v.g. ipſi P ſubſtituere duas alias S & T, directionibus OS, OT trahentes, quæ ſe habeant ad ipſam P, uti in Parallelogrammo ST ſe habent latera OS & OT ad Diagonalem OP: ſic enim duæ vires S & T æquivalent uni Q, proinde & ipſi P. Pari modo licebit Potentiam S reſolvere in duas æquivalentes *r* & *t*, ſi iſtæ ſe habeant ad S, uti in Parallelogrammo *rt* ſe ha-

* Fig. 48.

Digitized by Google

bent latera *or* & *ot* ad Diagonalem *os*: atque nunc tres Potentiæ *r*, *t*, T, æquivalebunt uni P. Pariformiter poſſet ipſa T ulterius reſolvi in alias duas ipſi æquivalentes.

§. 116. COROLLARIUM VI. Viciſſim datis Potentiis quotcunque, v.g. Q, *r*, *t*, T, ſimul trahentibus punctum O, atque in æquilibrio conſtitutis, poſſunt ipſæ ad pauciores imo ad duas reduci; nam duabus *r* & *t* ſubſtitues unam S, modo hæc ſe habeat ad ipſas *r* & *t*, velut Diagonalis Parallelogrammi *rt* ſe habet ad latera *or*, *ot*. Ita porro ipſis S & T ſubſtitues unam P.

NOTA, poſſe unamquamque trium Potentiarum (v.g. S, T, Q) in æquilibrio poſitarum & idem punctum O trahentium, certo reſpectu fieri *Compoſitam*. Ita ſi T ſpectetur ut *Compoſita*, erunt S & Q componentes. Si S conſideretur ut Compoſita; erunt Componentes Q & T.

SCHOLION.

Poſſunt ex hac virium Compoſitione & reſolutione plurima exponi conſectanea, de quibus fuſius ſcripſere Varignonius, Camus in Curſu Matheſeos Gallice edito, aliique. In gratiam Tyronis nonnihil adhuc erudiendi pauca ſolum delibo.

§. 117. I. Ac primo quidem, ut magis pateat Propoſitionis præſentis ejusque demonſtrationis univerſalitas; ſit (*in Figura 49. in qua paululum ſupra litteram G debet adſcribi littera F, ducique horizontalis PF in verticalem* OGF) Potentiarum grave O trahentium una (Q) ſita infra lineam horizontalem per punctum trahendum O traductam: ductis nunc parallelis PG, GH, etiam hic erit P:Q::PO:OH. Nam *primo* Potentia P æquivalet alteri cuipiam trahenti Pondus O pendulum vel ex linea rigida QO, vel ex puncto R Vectis angularis

RQM*, qui perpendicularis ſit ad directiones OR & POM; atque hinc eſt P : O : : RQ : QM, vel ut Sin. ang. QOR ad Sin. ang. QOM vel PON. Quodſi porro (*quod fieri poteſt & fieri concipimus*) Radio OQ fiat æqualis PO, & NO ≅ MO; erit Triangulum QMO ≅ PNO, & QM ≅ PN. Igitur P : O : : RQ : QM vel PN. *Secundo*, reſpectu Potentiæ Q trahentis in Vecte angulari FPN (qui perpendicularis ſit ad directiones OF & QON) erit Q : O : : FP : PN vel QM. Igitur poſt alternationem in duabus poſterioribus Proportionibus æqualibus inſtitutam, erit P : Q : : RQ : FP, hoc eſt ut ſinus anguli acuti QOR vel obtuſi QOG, ad ſinum anguli POF vel OGH. Atqui Trianguli GOH duo latera GH, OH; ſunt uti prædicti mox Sinus. Ergo etiam eſt P : Q : : GH vel PO : OH. *Q. e. d.* *Pr. 7. Cor. 4.

Si tractio OQ eſſet horizontalis, fieret tota NOQ horizontalis, PN autem Verticalis; exiſterentque reſpectu Potentiarum P & Q Vectes angulares RQM & FPN. Servatis itaque reliquis ut in Num. I. eſſet Triangulum QOM ≅ PON, & P : O : : OQ : QM : : PO : PN. Item Q : O : : FP : PN; & poſt factam alternationem erit ob æqualitatem iſtarum Proportionum P : Q : : OQ *vel* OP : FP; *vel* P : Q : : OP : OH. *Q. e. d.* Fig. 49.

§. 118. II. Proprietas Plani inclinati explicata in Propos. 21, etiam hic facile demonſtratur in hunc modum (*vide in Tab.* II. *Fig.* 30, *Globum* C *prope angulum* h) Dum primo Gravitas trahit directione Verticali, C*a*, deinde P directione ad Planum parallela, Planum vero reſiſtit directione *bc*; perinde eſt, acſi Punctum C traherent tres Potentiæ in æquilibrio conſtitutæ inter quas ſunt *Componentes* Gravitas & P: hæ itaque tres Potentiæ in Parallelogrammo *ra* exprimuntur lateribus *a*C, C*r*, C*b*; & P quidem ſe habet ad gravitatem ipſius C, ut C*r* ad CA vel *rb*. Atqui ut C*r* ad *rb*, ita AD ad *b*A (*ob ſimilia Triangula rectangula* AD*b*, *r*Cb, *& Angulum* A ≅ r *propter parallelas* AD, rb; ba, rc) Ergo eſt P ad gravitatem ipſius C, ut Plani altitudo ad hujus longitudinem.

Digitized by Google

* Fig. 52. §. 119. III. Si Grave * AB ſuſtentent duæ Potentiæ P & Q; earum vires tum inter ſe tum ad ipſum Grave comparatas ita aſſequêris. Perinde eſt, acſi Grave ſuſpenderetur ex puncto communi O filis AO, BO, grave autem ejusque Centrum gravitatis deorſum tendat directione verticali OC *. Perinde pariter eſt, acſi Grave in C collectum trahatur a Potentia P directione CQ parallela ipſi AP; & a Q directione CP parallela ipſi BQ. Atqui nunc erit P ad Q ut in Parallelogrammo PQ eſt CQ ad CP; & ambæ erunt ad totam gravitatem, ut latera QC vel CP ad OC. Habes igitur Rationem virium hîc rite expreſſam.

* Pr. 9.

Pariter, ſi ſublatâ Potentiâ P, ſubſtitueretur ad A fulcrum ſuſtentans columnæ AB extremum unum; pergatque Q trahere directione BQ; aget fulcrum ad A eodem modo, quo ante Potentia P: unde erit Q ad grave AB vel ad gravitatem in C collectam, ut CP ad CO.

* Fig. 50. §. 120. IV. Si tres Potentiæ * (P, Q, & O, vel R) trahant idem punctum O, æquilibrium inter ſe tenentes: poteſt harum Potentiarum quantitas exprimi lateribus Trianguli ABC, quod oritur tunc, quando per tres directiones PO, QO, OR ducuntur tres perpendiculares CA, CB, BA, quæ concurſu ſuo Triangulum efficiant. DEMONSTR. Si ducas lineam DE parallelam cum PO, oritur Triangulum DOE, cujus latera DE, EO, OD exprimunt magnitudinem trium Potentiarum P, Q, O*. Atqui novum Triangulum ABC eſt ſimile ipſi DOE; ergo etiam iſtud exprimet tres illas Potentias. *Probo minorem*. Productis PO in N, & QO in M, eſt Triangulum rectang. RNO ſimile alteri AN*x* ❀ ob angulum ad N communem & Rectos æquales. Igitur angulus A = NOR = POD = D; atque hinc A = D. Similiter Triangulum MRO eſt ſimile ipſi BSM; igitur angulus B = MOR = DOE: cum igitur anguli A & B exiſtant intra Triangulum DEO, etiam eſt ACB =

* §. 112.

❀ *Ad punctum interſectionis linearum* AC, PO (*in hac Figura* 51) *appone litteram* x, *& ad punctum interſectionis linearum* CB, EO, *litteram* s, *omiſſas a Chalcographo.*

DEO.

DEO. Ergo. Quare in Triangulo ABC latus CA exprimit Potentiam P, CB ipſam Q, AB ipſam O. Tab. III.

Non ſolum autem Triangulo ABC, vel ſimili ABC (in Fig. 51) ſed & alio abc exprimentur tres illæ Potentiæ, ſi nimirum directiones ipſarum P, Q, O, transeant perpendiculariter per latera bc, ca, ab. Ex hac Propoſitione ſequentia fluunt.

§. 121. V. Si duo Plana inclinata * ED, FD ſuſtentent Globum C, vim reſiſtentem utriusque Plani invenies, ſi ex Centro C ducas tres perpendiculares, unam C*m* in Planum ED, tanquam directionem, qua reſiſtit iſtud Planum; alteram C*n* in FD, tertiam in horizontalem EF: tunc enim Trianguli EFD latus EF exponet vim Gravis C, latus ED vim reſiſtentem hujusce Plani, latus FD vim reſiſtentem ejusdem Plani. * Fig. 53.

§. 122. VI. Sit (*in Tab.* II. *Fig.* 37) AD murus vel Planum verticale; Grave C hinc murum contingat, illinc ſuſtentetur a Vecte angulari *dbp*. Quæritur, quæ Ratio intercedat inter *c* & Potentiam *d*, dum æquilibrium ſervant hæc duo? RESOLUTIO. Ducatur ex Globi Centro *c* perpendicularis *mc*, tanquam directio reſiſtentis Muri; deinde *cp* tanquam directio agentis vectis inclinati; demum *ocr* A perpendicularis in Horizontalem *b*A, tanquam directio Corporis gravis: orietur exinde Triangulum A*bo*, cujus latus A*b* exprimet vim gravis, latus A*o* vim muri reſiſtentis, latus *bo* vim bracchii inclinati, aut vim qua ipſum *c* huic bracchio reſiſtit. Itaque ut in Vecte *pbd* ſuſtentetur ipſum *c*, debet eſſe Potentia *d* ad vim reſiſtentis C, mox inventam & expreſſam latere *ob*, uti reciproce diſtantia *pb* ad diſtantiam *bd*.

At ſi *c* penderet libere ex Vecte horizontali *db* A, deberet eſſe *d*:*c*::A*b*:*bd*. Vide hinc, quam diverſæ ſint vires Corporis ejusdem atque in eodem loco perſiſtentis, quando nunc libere pendet, nunc alio modo ſuſtentatur.

Digitized by Google

Tab. III.

APPENDIX,

in qua breviore criſi examinatur primarium Statices fundamentum.

§. 123. Non poteras, mi Tiro, præcedentia quatuor Capita perlegere, quin adverteres, fundamentum omnis æquilibrii ſtatici contineri Propoſitione noſtra III, in qua aſſeritur, duo Pondera tunc æquilibrari inter ſe, quando illa ſe habent in ſuarum diſtantiarum Ratione reciproca. Hanc nos Propoſitionem ſolo experimento ibidem comprobavimus, cupientes Tironem, prætervectis ſcopulis, promptius inducere in Statices cognitionem. Non diffiteor equidem nobilius eſſe ſcientiæ genus illud, quod *a priori* potius & ex intima cauſarum penu, quam *a poſteriore*, quemadmodum per obſervationes fit, ſua argumenta depromit: verum quando nuda ratiocinia vacillant, præſtat ad quævis alia certiora confugere. Quodſi nihilominus deſideres, hoc Statices fundamentum tibi comprobari diſcurſu aliquo *a priori* deducto, argumentum ejuſmodi propono, quod mihi præ cæteris ſemper probabatur, quodque ex Keilio *in Introduct. ad veram Phys.* ex Hartsoeckeri *Phyſices Curſu*, ex Belidorii *Curſu Mathem.* ex Deidierii *Mechanica*, aliiſque, paulo contractius daturus ſum per ſequentes Theſes.

§. 124. THESIS I. *Vis Corporis prementis proportionatur ejus velocitati.* Velocitas enim, ad quam propendet & ſolicitatur vis mortua, eſt effectus Potentiæ in Corpore premente aut ad motum nitente. Igitur velocitas duplo, triplo, centuplo &c. major, tanquam effectus arguit Potentiam (tanquam Cauſam) duplo, triplo, centuplo majorem, *per Axioma* 5. §. 13. Hinc

THESIS II. *Si duorum Corporum* A *&* B *Maſſæ* M *&* m *ſint æquales; ipſorum Potentiæ ſeu vires* V *&* v, *erunt ut ipſorum Celeritates* C *&* c. Nec enim aliter vires hîc differunt, quam ſecundum celeritates. Itaque quando eſt $M = m$, erit $V:v::C:c$. *Viciſſim*, quando celeritates ſunt æquales, ſcil. $C = c$; vires erunt ut Maſſæ, hoc eſt, $V:v::M:m$. Cum enim ſingulæ Corporis moti particulæ æquali velocitate ferantur, æqualis vis in ſingu-

lis particulis reſidet, atque hinc particulæ duplo, triplo plures, ſive Maſſa dupla, tripla, poſſidet vim duplo, triplo majorem. Ergo. Tab. III.

THESIS III. *Vires V & v Corporum A & B ſunt in Ratione Compoſita Maſſarum* M & m *& celeritatum* C *&* c. DEMONSTR. Aſſumatur Corpus tertium X, quod ſit quoad Maſſam æquale ipſi A, ſed habens Celeritatem *c* ipſius B; vocemus hujus X Potentiam & vim P. Erit itaque, *per Theſ.* II,

V : P : : C : *c*. Et propter *c* = *c*, erit pariter

P : *v* : : M : *m*. Ergo (*per Arithm. Prop.* 31. *Cor.* 4. *pag.* 106.) eſt V ad *v* in Ratione Compoſita Rationum C : *c*, & M : *m*, id eſt, Maſsarum & Celeritatum. *Q. e. d.* COROLLARIUM I. Quia autem poſitis iisdem Rationibus C : *c*, M : *m*, etiam Producta CM, *cm*, ſunt in eadem Ratione Compoſita * Maſsarum & celeritatum; Vires Corporis A & B rite exprimentur per Producta ex Maſſa in Celeritatem. COROLLARIUM II. Igitur quando vires ſunt æquales, erit MC = *mc*. Atqui tunc eſt M : *m* : : *c* : C. Ergo vires ſunt æquales, quando Maſſæ ſe habent ad invicem uti reciproce celeritates. COROLLARIUM III. Eſt ergo æque difficile movere intra idem tempus Corpus ſimplum cum celeritate dupla, quam Corpus duplum cum celeritate ſimpla: unde ſi duæ hæ vires ſibi directe opponantur ſeu contra ſeſe nitantur; efficient æquilibrium.

* *Arithm.* §. 109.

THESIS IV. *In Vecte eſt æquilibrium, ſi ſint Pondera* M *&* m *reciproce uti diſtantiæ.* Quia namque ut diſtantiæ ita ſunt Celeritates *, erit M : *m* : : *c* : C, adeoque (*per Theſ.* III. *Cor.* 2.) æquilibrium. *Q. e. d.*

* *Pr.* 2.

Hæ Propoſitiones pulchro nexu cohærent, oſtenduntque apposito diſcurſu æquilibrii cauſam: qui ſi tibi Apodicticus videatur, utere eo & fruere. Interim, quid illi ab obſtinatiore quopiam opponi poſſit, non diſſimulabo. Nimirum ut Theſes iſtæ firmo robore conſiſtant, debet in eodem Corpore pro diverſo incremento Celeritatis etiam creſcere vis & intenſitas Potentiæ: atqui ex Theſi I, quæ baſis eſt reliquarum, vi Axiomatis ibidem

Digitized by Google

Tab. III. uſurpati, ſequitur tantum, incremento celeritatis tanquam effectui reſpondere incrementum cauſæ, relatæ ad ſpatium; utrum vero Cauſa, quæ Corpus agit per ſpatium duplum, triplum &c. ſit etiam ipſa duplo triplove intenſior, incertum relinquitur. Imo ſunt hodie Philoſophi, qui argumentis non contemnendis nixi affirmant, Velocitati duplæ reſpondere cauſam quadruplo majorem quoad intenſitatem virium. *Si dicas:* Hi omnes Authores hoc poſterius ſolum affirmant de viribus vivis, quas aſſerunt eſſe in Ratione Compoſita ex Simplici Maſſarum & duplicata Velocitatum, adeo ut vis ejuſdem Corporis triplo velocius moti habeat ſe ad vim cum ſimpla velocitate conjunctam, ut 9 ad 1, & in corpore A alterius B quadruplo cum velocitate tripla, habeat ſe vis ipſius A ad alteram ut $4\times9:1$, i.e. $36:1$; de viribus autem mortuis conſentiunt omnes, eas eſſe in Ratione Compoſita Maſſarum & ſimplici velocitatum ſecundum Theſ. III: *reponet forte adverſarius:* Qui vires vivas ſtabiliunt, vacillare faciunt vires mortuas; nam ſi poſſibile ſit, dari velocitatem duplam cum vi non dupla ſed quadrupla; igitur niſi aliud argumentum accedat, dubitari etiam poterit, utrum celeritatem vis mortuæ ſequatur in eadem an diverſa Ratione intenſitas illius vis. Ita etiam ad Theſin II. reſponderi poterit, differre quidem vires æqualium Maſſarum ſolum ſecundum celeritatem, ſic tamen, ut incertum relinquatur, creſcantne illæ vires in Ratione creſcentium celeritatum, an in alia.

§. 125. Itaque ad tricas haſce elidendas in ſubſidium vocandum eſt experimentum quoddam illuſtre & certum, quo detegatur Naturæ illa lex, quæ velocitatem moderatur. Retegi autem illa poteſt vel methodo a nobis in Propoſitione III. adhibita, vel ſi in Vecte æquilibrato MN (*Tab. I. Fig.* 5.) ſuſpendas primo Pondera A & B æqualia in diſtantiis æqualibus, deinde alterutrum, v.g. B removeas ad diſtantiam duplam, triplam, quadruplam &c; creſcent enim tunc vires unius ejuſdemque Corporis B pro Ratione diſtantiarum * atque exinde velocitatum, ad quas diſponitur. Quo experimento dum de viribus ſaltem mortuis firmum redditur, quod Theſi I & II.

* §. 28.

Digitized by Google

aſſeritur, firmo pariter talo ſubſiſtent Theſes reliquæ, Tab.
atque illud præprimis princeps Statices *Theorema*, Cor- III.
pora in ſe agentia tunc ſervare æquilibrium, quando ſunt in Ratione reciproca velocitatum.

§. 126. Ex eo autem, quod verum nunc ſit, Corporis ejuſdem vires eſſe ut velocitates, verum etiam eſt *e converſo*, velocitates eſſe ut vires. Ex falſitate namque poſterioris rueret veritas prioris.

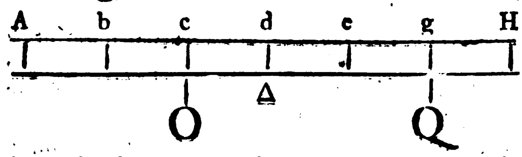
§. 127. *Objicies primo*. Quî aſſeri poteſt æquilibrium de Ponderibus O & P in Ratione reciproca Maſſarum & velocitatum poſitis, cum, in æquilibrio omnis motus atque adeo velocitas exulet? *Reſpondeo*, abeſſe quidem motum actualem, idque ob æqualia utrinque momenta motum impedientia, fore tamen motum aliquem, & velocitatem diſtantiis proportionalem, ſi vel tantillum duorum momentorum alterutrum minueretur; cæterum Pondera ipſa ſemper ſunt ad hanc velocitatem vi machinæ prona & diſpoſita.

§. 128. *Objicies ſecundo* cum Recentiorum nonnemine, vires in Vecte creſcentes vel decreſcentes nequaquam debere refundi in velocitates, ſed in hoc, quod gravia, quo propinquiora fulcro fiunt, eo plus ponderis in fulcrum rejiciant; unde fit, ut parvum Pondus queat æquilibrari cum Pondere magno, quod fulcro propinquius ſit. Hanc objectionem idcirco huc adduxi, ut anſam haberem exterminandi erroneam hanc opinionem, in quam plures jam ſequaces video fuiſse impulſos. Falſum itaque, in quocunque Vecte, v.g. Homodromo AP (*Tab. I. Fig. 6.*) Pondus O partem ſui aliquam rejicere in fulcrum A: nam ſi, ſublatâ Potentiâ ſuſtentante P, manum Ponderi O ſupponas ſentiet illa totum pondus O; vel ſi filum verticale uno ſui extremo adnectas puncto O, alterum conjungas cum Bilancis lance una, neceſse erit, ut pro æquilibrio obtinendo imponas lanci oppoſitæ pondus æquale ipſi O, manifeſto indicio, nihil Ponderis O exonerari in fulcrum.

§. 129. Monet me iſte error, ut in gratiam Tironis a fallaciis abſtrahendi in medium proferam alium adhuc paralogismum, qui ab Archimede originem trahens, non

Digitized by Google

Tab. III. modo frequentiſſimus eſt apud antiquos, ſed & hodiernis ſcriptoribus uſitatus. Cogita, inquiunt, ambo pondera O & Q poſita in diſtantia



reciproca Maſsarum (quæ ſint e.g. ut 2:1) & pendentia ex Vecte Mathematico AH, mutari & conjungi in unum Parallelepipedum AH, diviſum in 6. partes æquales, quarum ſingulæ æquales ſint diſtantiæ minori *cd*. Hoc pacto repræſentabit Parallelepipedi pars H*e* ipſum Q, & *e*A ipſum O. Atqui prius centrum motus *d* erit nunc Centrum gravitatis (ut examinanti patebit) Ergo in æquilibrio conſiſtent ipſa A*e*, *e*H, i.e. O & Q. Hæc argumentatio quomodocunque a variis inſtituatur, communi iſthoc laborat vitio, quod a Ponderibus primum disjunctis tranſeat ad illorum conjunctionem, fallaci omnino diſcurſu; nam in ſtatu disjunctionis O nihil ſui ponderis trajicit trans fulcrum (*ut ex* § 128. *liquet*) quod tamen fieri ſupponitur in ſtatu conjunctionis. Hic ipſe error novam fallaciam generavit apud nonnullos ſcriptores; nam priore paralogiſmo decepti cenſent, Vectem gravitate donatum (v.g. DA *in Fig.* 20. *Tab.* I.) cum is Hypomochlio C imponitur, retinere adhuc gravitatem totam æquivalenter collectam in priore puncto, v.g. G, quod falſum; cum experimento probari poſſit, Vecte AD ſupra fulcrum C poſito, ad punctum G filo Verticali ſuſtentandum (*prout Scholion* II. *Prop. IV. monet*) non requiri Potentiam æqualem toti Vectis gravitati, ſed ſolum parti DC.

Poſſem hinc digredi ad impugnandum Carteſii fundamentum, cui ſuam ille Staticen ſuperſtruit; ad convellendum item Varignonii fundamentum vi Compoſitæ innixum, nam aſſumit, idem punctum agi a duplici vi impreſſa, quarum utraque integra maneat, cum tamen poſt obliquum illapſum una alterius vim ſecundum

Digitized by Google

partem enervet. Verum ne hæc & alia ſimilia longius perſequar, prohibet præſtituta mihi brevitas. Tab. III.

CAPUT V.

De Motu gravium.

ARTICULUS I.

De Motu gravium libero.

§. 130. DEFINITIO. *Motus æquabilis* eſt is, quo Corpus æqualibus ſucceſſivis temporibus æqualia percurrit ſpatia. *Motus uniformiter* ſeu *æquabiliter acceleratus* dicitur ille, qui æqualibus ſucceſſivis temporibus recipit æqualia velocitatis incrementa. *Motus uniformiter retardatus* eſt, qui æqualibus temporibus æqualia patitur velocitatis decrementa.

Ut ſi grave in primo temporis minuto moveatur per pedem 1, in 2do minuto per pedes 2, in tertio per 3 &c. Aut viciſſim ſi in primo minuto moveatur per pedes 20, in 2do per 18, in tertio, quarto, 5to &c. per 16, 14, 12 &c. habebitur in primo caſu motus uniformiter acceleratus, in altero motus uniformiter retardatus.

§. 131. COROLLARIUM. In motu igitur uniformiter accelerato creſcit eadem proportione velocitas, qua tempus (*ſi illud ſemper ab initio motûs metiare*).

OBSERVATIONES.

§. 132. I. Gravia libere demiſſa cadunt motu aliquo accelerato.

II. Gravia quo altius cadunt, eo majorem infligunt ictum, eoque profundius penetrant in ſubjectum molle pavimentum.

III. Gravia pondere inæqualia (v.g. plumula & nummus aureus) in Vacuo Guerickiano cadunt eadem velocitate.

Digitized by Google

Tab. III. *Experimentum hoc manifeſte declarat, gravitatis vim æqualem eſſe in ſingulis materiæ particulis æqualibus.*

AXIOMA.

§. 133. Eadem Cauſa neceſſaria, ſubjecto apto applicata nec impedita, ſemper agit quantum poteſt.

§. 134. NOTA. Quoniam ad demonſtrationem ſequentium plurimum intereſt diſtinguere tempora majora a minimis; Temporis partes phyſice parvas (v.g. minuta prima, qualium 60 conficiunt unam horam, vel minuta ſecunda, qualium 60 conficiunt unum minutum primum horarium) vocabimus *inſtantia*. Partes inſtantis hujusmodi ſenſibilis indefinite parvas vocabimus *tempuſcula* vel *momenta*.

Præmitto adhuc Lemma, quod tametſi ex dictis in Arithmetica Cap. V. & Geom. Prop. 30. ſatis jam conſtare debeat, ad ſequentia tamen facilius & clarius intelligenda hic explicatius appono.

LEMMA.

§. 135. *Si* a *ſit ad* c *in Ratione duplicata ipſarum* a, b, *quod ſit, quando* a, b, c, *ſunt tres quantitates continue proportionales* *; *erit prima* a *ad tertiam* c, *uti Quadratum de* a *ad Quadratum de* b. *i.e.* a : c : : aa : bb.

* Arithm. §. 86.

a .	b .	c
e	e	
3 .	9 .	27

DEMONSTR. Si Rationis $a : c$ utrumque terminum multiplices per idem a, erit $a : c :: aa : ac$. Atqui, ob $a : b :: b : c$, eſt $ac = bb$: ergo & $a : c :: aa : bb$. *Q. e. d.* *Viciſſim*, ſi ſit a ad c ut Quadrata $aa : bb$; erit a ad c in Ratione duplicata Radicum a, b. Nam ob $a : c :: aa : bb$, æqualia ſunt abb, aac, & iſtorum tanquam æquemultiplorum ſimpla bb, ac. Atqui propter poſteriorum æqualitatem eſt $a : b :: b : c$, habetque tunc (ob tres continue proportionales a, b, c) a ad c Rationem duplicatam Rationis $a : b$. Ergo. COROLLARIUM. Hinc etiam ſi ſit m ad n in Ratione ſubduplicata Quadratorum aa, bb, erunt etiam m & n uti Radices quadratæ

Digitized by Google

ipſorum aa, bb. Nam ſi concipias Radices a, b, & tertiam continue proportionalem c, eſt a ad b in Ratione ſubduplicata Quadratorum aa, bb, atque ut Radices quadratæ ipſorum. Sed etiam m & n ſupponuntur eſſe ut a ad b: ergo & m & n ſunt in dato Caſu ut Radices quadratorum aa, bb. Tab. III.

PROPOSITIO XXVI.

§. 136. *Gravia ſibi libere permiſſa, in diſtantia non valde magna a ſuperficie terræ* ❋ *cadunt motu uniformiter accelerato.*

DEMONSTRATIO. Eſt in gravibus libere deſcendentibus aucta aliqua velocitas auctusque impetus, adeoque ipſum grave impellitur a vi quadam acceleratrice *. Sed iſthæc vis continuo agit (*alias ſi in primo duntaxat tempuſculo ageret, corpus cum impreſſo ſibi primo impetu deinceps æquabiliter laberetur contra atque experimur*) & quia ſimul Cauſa naturalis & neceſſaria eſt, agens quantum poteſt; ipſa quovis temporis momento eadem perdurans, ſimili ratione agit, parique impulſu Corpus urget: adeoque quovis ſucceſſivo momento æqualem addit accelerationis gradum ❋. Atqui Corpus quod æqualibus temporum intervallis recipit æquales celeritatis gradus, movetur motu uniformiter accelerato *: ergo taliter movetur Corpus grave libere ſibi permiſſum. *Q. e. d.*

* *Obſerv.* 1. & 2.

* §. 130.

❋ *Quæ hic demonſtrantur, locum habent in hypotheſi manentis ejuſdem virtutis gravitantis. Conceditur autem ab omnibus, eandem eſſe in diſtantiis non valde magnis a terra. In diverſis autem notabilibusque diſtantiis diverſam eſſe, adſtruitur a Newtonianis.*

❋ Ita ut, ſi primo momento producat unum celeritatis gradum, ſecundo momento ſecundum, tertio tertium addat.

Digitized by Google

Tab. III. §. 137. COROLLARIUM I. Spatia, per quæ grave cadit ſucceſſivis tempuſculis, creſcunt in Progreſſione naturali Arithmetica. 1. 2. 3. 4. 5. &c. Nam ſpatia creſcunt uti velocitates, hæ autem, ex demonſtratis, creſcunt ſingulis tempuſculis per æquales accelerationis gradus; ergo & ſpatia.

§. 138. COROLLARIUM II. Viciſſim Corpus grave ſurſum verticaliter projectum aſcendet motu uniformiter retardato, eoquod ſingulis tempuſculis maneat eadem gravitas tanquam cauſa neceſſaria, virtuti ſurſum agenti æqua vi reſiſtens.

PROPOSITIO XXVII.

§. 139. I. *Si grave ex quiete libere decidat per temporis inſtantia ſenſibilia æqualia: erunt ſub finem cujusque inſtantis ſpatia ab initio lapſus computata uti Quadrata creſcentis temporis.* II. *Spatia autem ſingulis inſtantibus percurſa erunt ſecundum Progreſſionem hanc Arithmeticam:* 1. 3. 5. 7. 9. &c.

Hoc eſt; ſi grave cadat e.g. per quinque inſtantia (qualia ſunt Minuta ſecunda horaria) peragretque in Minuto primo pedem 1; peragraverit illud ab initio lapſus uſque ad finem Minuti 2*di* pedes 4; & ab initio lapſus usque ad finem Minuti tertii peragraverit pedes 9, ſimiliter usque ad finem Minuti 4*ti* & 5*ti* pedes 16 & 25; cum numeri 1. 4. 9. 16. 25 &c. ſint uti Quadrata numerorum 1. 2. 3. 4. 5 &c. qui poſteriores indicant temporis incrementa. II*do*. Si autem ſpatia accipiantur illa, quæ in quovis Minuto ſeorſim percurruntur; fiet, ut ſi grave primo minuto percurrat pedem 1, idem minuto 2*do* percurrat pedes 3, in tertio 5, in quarto 7. &c. *Confer. Fig.* 46.

Digitized by Google

Tab. III.

DEMONSTRATUR I. Pars.

Concipiatur unumquodque inſtans dividi in æqualem numerum tempuſculorum infinite parvorum & æqualium, v.g. unumquodque Minutum diviſum in tempuſcula 1000000. Igitur ſi quinque illa Minuta vocemus I. II. III. IV. V; erunt ſub finem Minuti I. elapſa tempuſcula 1000000, ſub finem II^di tempuſcula 2000000, ſub finem III^tii, IV^ti, V^ti elapſa erunt 3000000, 4000000, 5000000. Sed quia Minuti I incrementis (ſcil. tempuſculis 1. 2. 3. 4. 5 &c. usque ad 1000000^mum) proportionatur velocitas atque ſpatiorum magnitudo *, erit Summa & collectio omnium tempuſculorum in Progreſſione naturali Arithmetica conſtitutorum, æqualis collectioni omnium ſpatiolorum usque ad finem Minuti I percurſorum. Pariter Summa tempuſculorum ab 1 usque ad 2000000, i.e. usque ad finem Minuti II, æquatur Summæ totidem ſpatiolorum interea percurſorum: & ſic deinceps. Atqui Summæ omnium tempuſculorum ab initio lapſûs usque ad finem Minutorum I, II, III, IV, V ſunt ſequentes numeri ** A, B, C, D, E.

* Pr. 26. Cor. 1.

A. 500000500000
B. 2000001000000
C. 4500001500000
D. 8000002000000
E. 12500002500000

*** Per Arithm. Prop. 35. Ubi præcipitur, ut ad habendam Progreſſionis ſummam, ſumma termini primi & ultimi multiplicata per numerum terminorum, dividatur per 2.*

Tab. III. Hi autem numeri ſe habent uti 1. 4. 9. 16. 25 &c. ❋. Ergo etiam ſe eodem modo habent Summæ ſpatiolorum, i. e. ſpatia, percurſa intra tempora I. I+II. I+II+III. I+II+III+IV. I+II+III+IV+V. ideoque ſpatia iſthæc ſe habent uti Quadrata creſcentium temporum 1. 2. 3. 4. 5. &c. *Q. e. d.* Sive, ut alia phraſi utar, ſpatia ab initio lapſus computata ſunt in Ratione duplicata* Temporum, Tempora proinde in Ratione ſubduplicata ipſorum ſpatiorum.

*§. 135.

DEMONSTRATUR II. Pars.

Quia (*per Part.* 1.) ſpatia ab initio lapſus percurſa temporibus I. I+II. I+II+III. I+II+III+IV. I+II+III+IV+V. ſunt ut 1. 4. 9. 16. 25 &c.

a. b. c. d. e ; hinc ſi a ſpatio *b* ſubtrahas ſpatium *a* primo Minuto percurſum, remanebunt ſpatia 3, percurſa Minuto 2do: Et ſi a ſpatio *c* ſubtrahas ſpatium *b*, remanebunt 5, pro Minuto 3^{tio} decurrenda. Pari modo invenies pro Minuto 4to & 5to ſpatia 7 & 9. Ergo &c. *Q. e. d.*

§. 140. Gravis igitur labentis affectiones ſequens Tabella ſic exhibebit. *

* *Vide etiam* Fig. 46.

Tempora.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Spatia ſeparata.	1.	3.	5.	7.	9.	11.	13.	15.	17.	19.
Spatia ab initio lapſus.	1.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.	100.

❋ Perſpicue hoc patebit, ſi numeros A, B, C, D, E dividas per eundem numerum 5000000; prodibunt enim proportionales hi *a* 1000001. *b* 4000002. *c* 9000003. *d* 16000004. *e* 25000005. qui numeri, neglectâ nullius momenti fractione, ſunt ut 1. 4. 9. 16. 25; evaneſcetque amplius fractio, ſi majorem aſſumas tempuſculorum numerum.

Digitized by Google

§. 141. Conſentiunt hujus Propoſitionis Theoriæ utcunque experimenta. Nam cum P. Ricciolus S. J. Bononiæ ex Turri Aſinellorum demiſiſſet Globos cretaceos æquales, ſingulos 8 unciarum, obſervavit tempus, quo Globorum unus decidebat per pedes Romanos 10, & cum numeraſſet ſucceſſive quinque hujusce temporis ſpatia, adnotavit lapſus proprietates ſequente Tabella expreſſas. Tab. III.

Tempora.	*Spatia ſeparata.*	*Spatia ab initio lapſus:*
I	10	10.
II	30	40.
III	50	90.
IV	70	160.
V	90	250.

Numeris his ad minores terminos redactis, videbis omnia exacte congruere cum Tabula §. 140. Conſentiunt & obſervationes recentiores in Gallia factæ, ſecundum quas grave intra Minutum unum ſecundum lapſum eſt per 15 pedes, 1 poll. 2 $\frac{1}{18}$ lin. Menſuræ Pariſinæ; in altero Minuto ſecundo per 45 ped. 3 poll. 6 $\frac{1}{2}$ lin.; in tertio per 75 ped. 5 poll. 10 $\frac{5}{18}$ lin. Sed & hæc ſpatia neglecta fractione exigua creſcunt in Progreſſione Arithm. numerorum imparium 1. 3. 5.

Dixi, experimenta utcunque Theoriæ conſentire. Nam Pater De Chales obſervavit, intra unum Semiminutum ſecundum grave lapſum eſſe per pedes 4 & unam pedis quartam, in 2do, tertio, quarto, quinto, ſexto, lapſum eſſe per ped. 12 $\frac{1}{4}$. 18 $\frac{1}{2}$. 25. 30. 33. Quam differentiam a vera, in Tabula §. 140. expreſſa, ipſemet tribuit aëris reſiſtentiæ. Notandum enimvero, nos in demonſtratione abſtrahere ab aëris omnique alio accidente impedimento. Colligit ex eadem hac obſervatione P. De Chales, motum acceleratum propter reſiſtentem aërem aliquando tandem perventurum ad motum æquabilem.

Corollarium I.

§. 142. Corpori gravi verticaliter ſurſum propulſo inverſim evenient eædem proprietates; ſcil. ſi aſcenſu per 5. Minuta duraturo, aſcendat primo minuto per pedes 9, conti-

Digitized by Google

Tab. III. nuabit aſcenſum intra minutum alterum per pedes 7, intra tertium per 5, intra quartum per 3, intra quintum per 1. Adeoque tempus, quo grave delabitur, eſt æquale tempori, quo grave conficiet idem ſpatium aſcendendo, ſi incipiat ferri ſurſum eodem impetu, quem acquiſierat in ultimo momento ſui delapſus.

COROLLARIUM II. Practicum.

§. 143. *Cognito ſpatio* (v.g. 15. pedum) *quod grave motu uniformiter accelerato cadens percurrit intra primum tempus* (v.g. intra unum minutum ſecundum) *invenire tempus, quo percurrit aliud ſpatium datum* (v.g. pedum 19615800, quale eſt circiter longitudo Semidiametri in Globo noſtro terraqueo. RESOLUTIO. Quia ſpatia ab initio lapſus percurſa ſunt uti Quadrata temporum, dic: ut ſpatium 15 ad ſpatium 19615800, ita Quadratum temporis 1 ad Quadratum temporis $x = 1307720$. Igitur Radices ex Quadratis extractæ, ſcil. 1 & 1143, dant tempora. Sed 1143 minuta ſec. conficiunt 19 Minuta prima cum 3 minutis ſec.; igitur tanto tempore indiget grave, ut cadat ex ſuperficie Terræ ad hujus Centrum, ex hypotheſi, quod motus acceleratus eodem tenore continuetur.

Viciſſim; cognitâ temporis parte prima (v.g. uno Minuto ſec.) *& aliâ ſextâ, cognitoque ſpatio percurſo in temporis parte prima* (v.g. 15 ped.) *invenire ſpatium percurrendum in temporis parte ſexta.* RESOLUTIO. Quia ſpatia ab initio

lapſus percurſa ſunt uti temporum Quadrata, 1 & 36; fiat, ut 1 : 36 :: 15 : x = 540. Quære eodem modo ſpatia ab initio emenſa usque ad finem temporis præcedentis ſcil. Minuti quinti, quæ ſunt 375. Jam ſubtrahe inventum poſteriorem numerum a priore, ſcil. 375 a 540; remanebit pro inſtanti ſexto ſpatium 165 pedum. *Vel*, * Dic, ut 1 : 11 :: 15 : x = 165. Tab. III. * §. 140.

SCHOLION
inſigne.

§. 144. Proprietates Corporis gravis cadentis, explicatæ in Propoſitione hac & præcedente, poſſunt ſub Schemate Figuræ Geometricæ in hunc fere modum exponi. In Triangulo Rectangulo ABC (*Fig.* 45) Linea AB repræſentet tempus ſenſibile; ac proinde ſicut tempus, ita linea hæc concipiatur dividi in partes infinite parvas *Ad*, *de*, *ef*, *fg* &c, ducanturque juxta Methodum Cavallerianam ex quovis puncto elementari transverſæ lineæ cum Baſi parallelæ, quæ ipſæ transverſæ haberi poſſunt pro totidem Rectangulis altitudinem infinite parvam habentibus, cujusmodi aliqua craſſe delineata exhibentur per parallelogrammula *dt*, *eu*, *fx*, *gy* &c. Erunt iſtæ transverſæ ſicut ipſæ *Ad*, *Ae*, *Af*, *Ag* &c. i. e. ſicut temporum incrementa. Sed ſicut ſunt hæc temporum incrementa, ita ſunt in motu uniformiter accelerato velocitates atque exinde ſpatia *: ergo transverſæ illæ recte repræſentant tum incrementa velocitatum, tum ſpatia quovis congruente momento percurſa. * Pr. 26. Cor. 1.

§. 145. *Secundo*. Cum lineæ transverſæ repræſentantes ſpatia & implentes ipſum Triangulum ABC, componant hujus Aream; hinc ſi ducas rectam aliquam (v. g. *fy*) Baſi parallelam, exurgent duo Triangula ſimilia *Afy* & ABC, quorum Areæ repræſentant ſpatia elapſa intra tempora *Af*, & AB; ſed hæc Triangula ſunt uti Quadrata rectarum *Af* & AB (*per Geom. Prop.* 10. *Ca-*

Tab. III. *coll.* 5.); igitur & ſpatia ab initio lapſus percurſa temporibus ſenſibilibus Af, AB, ſunt uti Quadrata horum temporum. Quare ſi inſtantia ſenſibilia repræſententur per ipſas Ad, Ae, Af, Ag &c. quæ ſint ut 1. 2. 3. 4 &c; erunt ſpatia his temporibus percurſa, uti Quadrata iſtorum temporum. Quod etiam verum eſt, tametſi tempora iſta non creſcant ut 1. 2. 3. &c. ſed quomodocunque aliter, *vi Prop.* 30. *in Geometr.*

§. 146. *Tertio*. Quodſi itaque inſtantium ſenſibilium incrementa ſint ut 1. 2. 3. 4. 5, ac proinde ſpatia his temporibus percurſa ſint ut 1. 4. 9. 16. 25 &c.; erunt (*prout ſupra oſtenſum fuit*) ſpatia ſeparata ut 1. 3. 5. 7. 9 &c.

§. 147. *Quarto*. Quia velocitates acquiſitæ in ultimo momento Temporum Ae, AB, ſunt uti eo, BC, ſive ut ipſæ Ae, AB, hæ autem ſunt in Ratione ſubduplicata ſpatiorum: erunt etiam velocitates illæ in Ratione ſubduplicata ſpatiorum, ſive ut Radices quadratæ ſpatiorum.

§. 148. *Quinto*. Si Corpus tempore ſenſibili Ad fuerit delapſum motu uniformiter accelerato, & eo velocitatis gradu, quem in ultimo momento in d acquiſivit, pergat deinceps motu æquabili ferri; movebitur deinceps iſtud intra idem tempus Ad per ſpatium prioris duplum. Nam dum motu accelerato delabitur, decurrit ſpatium repræſentatum Areâ Triangulari Ado, in quo recta do repræſentat tum ultimum ejus velocitatis gradum, tum ſpatium ultimo momento percurſum. Atqui ſi deinceps velocitate do, vel æquali At feratur æquabiliter per tempus Ad, transverſæ æquales ipſi At implent & componunt Rectangulum dt, duplum Trianguli Ado: ergo ſpatium æquabiliter dicto modo percurſum eſt duplum prioris. *Q. e. d.* Ex hoc fundamento quidam probant, gravia labi per ſpatia, quæ ſint ut 1. 3. 5. 7 &c. Nam dum grave, inquiunt, cadit primo minuto per ſpatium unius pedis, altero minuto caderet per duos pedes, ſi pergeret ſola velocitate ſub finem primi minuti acquiſita; at quia ob vim æquabiliter acceleratricem accedit novus impetus æqualis ei, quem in primo minuto ſuſceperat, vi hujus movebitur adhuc per unum pedem atque adeo univer-

univerſim per pedes tres: & ſic porro. Ac recte quidem hoc ſe ratiocinium habebit, ſi de temporibus ſenſibilibus ſermo ſit; quodſi vero illam progreſſionem per ſpatia 1. 3. 5. 7 &c. de ſpatiis etiam inſenſibilibus aſſerant, aſſertio hæc omni fundamento deſtituetur, ac naturæ ipſi repugnabit, quæ minime per ſaltus, ſed per continuos gradus amat progredi. Tab. III.

DICES *contra hunc argumentandi modum in hoc Scholio adhibitum*: Si primam lineam transverſam infinite parvam conſtituat Rectangulum *dt*, & ſecundam Rectangulum *eu* &c. & ſic porro; uti pene infinitæ lineæ in Triangulo ABC exiſtunt, ita infiniti pene exceſſus erunt, quales ſunt parvula Triangula A*to*, *ouo* &c. Sed infiniti exceſſus poſſunt efficere notabilem quantitatem ſupra veram: ergo tale peccatum occurret in Triangulo ABC. *Reſpondeo: Diſtinguo minorem*. Infiniti exceſſus valent efficere quantitatem notabilem ſupra veram, ſi ſimul ſumpti excedant notabiliter partem unam infinite parvam C. Si non excedant N. At omnes exceſſus ſimul ſumpti nequidem conſtituunt ultimum Rectangulum BC, quod ipſum eſt pars infinite parva reſpectu totius ABC: igitur exceſſus etiam ſimul ſumpti ſunt nullius conſiderationis. Hinc etiam ſi motum primo tempuſculo factum conſideres ut æquabilem, & motum ſecundi tempuſculi conſideres ut habentem reſpectu primi unum accelerationis gradum, & motum tertii tempuſculi ut ſecundum gradum, quarti ut tertium &c. adhuc ſubſiſtent ſuperiores motus accelerati proprietates.

§. 149. SCHOLION. Non pigeat hic diſcere, quanta foret Corporum in cadendo ſegnities, niſi naturæ Author voluiſſet ea motu accelerato ferri. Nam cum monſtrante experientia grave acceleratum cadat intra unum Minutum ſecundum per ſpatium 15 pedum; ſi Minutum hoc dividatur in tempuſcula 1000000, cadatque grave tempuſculo primo per ſpatiolum unum, quod voco *s*, peragraverit ſub finem lapſus ſpatiola 500000500000. At ſi idem grave ſupponas ferri motu æquabili, illudque tempuſculo primo moveri per idem ſpatiolum *s*, percurret illud tempuſculo 2*do* rurſus unum *s*, in tertio denuo unum, & ſic porro, unde demum ſub finem Minuti ſecundi i.e. poſt 1000000 tempuſcula peragraverit totidem ſpatiola *s*. Sed ſpatiola 1000000 motu æquabili percurſa ſunt ad ſpatiola 500000500000 intra idem tempus motu accelerato percurſa, ut 1 ad 500000: ergo grave motu æquabili intra 1. Min. ſec. peragravit duntaxat partem quingenties milleſimam ſpatii 15 pedum, atque ut ad finem hujuſce ſpatii pertingat, indiget univerſim Minutis ſec. 500000, id eſt, diebus 5 & horis 18 &c. Vide P. De Chales L. II. Static. Prop. 22. qui cum unum Minutum ſec. diviſiſſet in minuta decima, 167961600000000, invenit, grave per ſpatium 16 pedum & dimidii motu æquabili lapſurum annis 5.322.781.

Digitized by Google

Tab. III.

ARTICULUS II.
De Corpore gravi labente ſuper Planum Inclinatum, & de Pendulis.

OBSERVATIONES.

§. 150. I. Gravia deſcendunt tardius per Planum Inclinatum AC, quam per verticalem ac Perpendicularem AB. Fig. 54.

II. Gravia deſcendunt per Planum Inclinatum motu aliquo accelerato.

PROPOSITIO XXVIII.

§. 151. *Gravia deſcendunt per Planum Inclinatum motu uniformiter accelerato.*

DEMONSTRATUR uti Propoſitio 26. Nam vis acceleratrix (quæ hîc exiſtit per Obſerv. 2.) tanquam Cauſa neceſſaria & eodem modo applicata, quovis temporis momento æqualia ſemper velocitatis incrementa ſuperaddet, non ſecus ac in gravibus verticaliter cadentibus. Ergo.

§. 152. COROLLARIUM. Deſcenſum ergo gravium per Planum Inclinatum comitantur eædem proprietates, quæ deſcenſum liberum. Scilicet I^mo. Velocitates ſingulis momentis acquiſitæ ſunt uti tempuſculorum incrementa: nempe primo tempuſculo decurritur unum ſpatiolum, 2do duo, tertio tria &c. II^do. Spatia ſenſibilia ab initio motus computata ſunt in Ratione Duplicata Temporum. *Viciſſim* Tempora (& proportionales ipſis velocitates) ſunt in Ratione ſubduplicata, ſive ut Radices quadratæ, ſpatiorum. Quare ſi decurrantur in

Plano AC * ſparia AP, AC, erunt Tempora, queis decurruntur, ut Radices Quadratæ iſtorum ſpatiorum. III^tio. Aſcenſus Corporis gravis per Planum inclinatum eſt motus uniformiter retardatus. IV^to. Grave per Planum decurrens, ſub finem lapſus acquirit eam velocitatem & vim, per quam (retroactâ directione) poſſet præciſe aſcendere eodem tempore per idem Planum. Tab. III. * Fig. 54.

Quem porrò delectat ſcitu digna Pendulorum cognitio, ſequentes Propoſitiones perdiſcat, inter quas principalis eſt trigeſima tertia, ad quam reliquæ ordinantur.

PROPOSITIO XXIX.

§ 153. *Velocitas, quam grave acquirit poſt decurſam verticalem* AB ✻, *eſt ad velocitatem eodem tempore acquiſitam ſuper Plano Inclinato, uti Plani longitudo* AC, *ad Altitudinem* AB; *ex ſuppoſito, quod utrobique incipiat cadere ex quiete & puncto* A. Fig. 54.

Demonstratur. Ponamus idem tempus utrinque diviſum in æqualia & æque multa tempuſcula. Jam vero velocitates initiales quæ fiunt utrimque in primo tempuſculo, hic per verticalem illic ſuper Planum, ſunt uti Vires ✻✻ a quibus procedunt, nempe ut gravitas

✻ Per velocitatem acquiſitam decurſo aliquo ſpatio, v g. lineâ AB, intelligitur ille velocitatis gradus, quem grave acquirit ultimo momento, quo ad finem illius lineæ venit.

✻✻ Ideo enim in Plano eſt tardior motus, quia Corporis momentum in Plano minuitur; & quidem ut obſervatio demonſtrat, ſi dentur duo ejuſd. Altitudinis plana, grave deſcendit tardius in Plano longiore in quo minus momentum habet, quam in breviore in quo majus habet: igitur momentum aut vis decreſcens eſt menſura tardioris velocitatis; ac propterea velocitates ſunt utrimque ut

Digitized by Google

Tab. III. Abſoluta ad Reſpectivam, i. e. ut Plani longitudo ad altitudinem *. Atqui velocitatibus initialibus proportionantur ſubſequentes reliquæ ❀, adeoque & velocitates ultimo momento utrimque acquiſitæ. Ergo & hæ poſtremæ ſunt ad ſe ut Plani longitudo ad altitudinem. *Q. e. d.*

* Pr. 21. Cor. 1.

§. 154. COROLLARIUM I. Etiam ſpatia a gravi primum verticaliter, deinde ſuper Planum eodem tempore decurſa ſunt ad ſeinvicem, uti Plani longitudo ad ejus altitudinem. Sequitur id ex lapſu uniformiter & proportionaliter continuato: ſic dum grave in verticali decurrit, 1 S, decurret in Plano 1 *s*; ſi hic decurrat 2 S, 3 S, 100 S, decurret illic 2 *s*, 3 *s*, 100 *s* &c. Sed 100 S ſunt ad 100 *s*, ac denique Totum ad totum, uti 1 S ad 1 *s*; igitur ſpatia etiam tota ſunt uti initialia, proinde ut vires, atque hinc ut AC : AB.

§. 155. COROLLARIUM II. Grave igitur intra idem tempus, quo decurrit verticalem AB, nondum percurrit totum Planum AC, ſed hujus duntaxat partem. *Hæc pars qualis quantave ſit reſpectu totius, in ſequentibus mox docebitur.*

---

vires, quarum una (nempe *Abſoluta*) integra eſt, altera (*Reſpectiva*) imminuta eſt. Poſſet hoc ipſum aliter demonſtrari ex Prop. 21, ex §. 132. obſervatione 3, & ex §. 125.

❀ Nempe ſi primo tempuſculo cadat grave in verticali per ſpatiolum S, & ſuper Planum, propter tardiorem motum, per minus ſpatiolum *s*; cadet ſecundo tempuſculo hic per 2 S, illic per 2 *s*, tertio hic per 3 S, illic per 3 *s*, & ſic porro. Sunt autem 1 S : 1 *s* :: 2 S : 2 *s* :: 3 S : 3 *s*. &c. denique tota ut prima.

Digitized by Google

PROPOSITIO XXX. Tab. III.

§. 156. *Si ex Altitudinis verticalis* AB *puncto ultimo* B *ducatur ad Planum perpendicularis* BP; *dabit Plani pars* AP *ſpatium, quod decurritur intra idem tempus, quo grave cadit libere per verticalem* AB; *ex hypotheſi, quod idem grave incipiat utrobique moveri ex eodem puncto* A.

DEMONSTR. Spatia duorum lapſuum, ſcil. unius liberi, & alterius ſuper Planum, ſunt ad ſeinvicem uti CA ad AB *. Atqui ſpatium lapſus liberi, quod eſt eadem AB, ſe habet ad AP uti CA ad AB. (Nam ob Triangula ſimilia BCA, BPA *, eſt CA:AB :: AB:AP). Ergo. * *Pr.* 29. *Cor.* 1. * *Geom. Pr.* 27.

Notabis, Planum CA, verticalem AB, Plani partem AP, eſſe tres quantitates continue proportionales, & AB quidem Mediam.

§. 157. COROLLARIUM I.* Ductis in Circulo Chordis AM, AN, AR, item MD, ND, RD &c. percurret grave æquali tempore ſingulas iſtas Chordas; & quidem eodem illas tempore percurret, quo caderet per Diametrum verticalem AD. Nam ſi Chordas AM, AN, AR &c. producas usque ad horizontalem DL, oriuntur diverſa Plana inclinata, ad quæ perpendiculares ſunt Chordæ MD, ND, RD *: ergo hæ decurruntur eodem tempore, quo verticalis AD. Similiter ſi Chordas inferiores MD, ND, RD transferas in oppoſitum Semicirculum ex A verſus *r*, *m*, *n*, concipiasque duci lineas *r*D, *m*D, *n*D; erunt illæ eodem modo inclinatæ ad Horizon- * *Fig.* 55. * *Geom. Pr.* 20. *Cor.* 1.

Digitized by Google

tem, quo oppoſitæ, ipſiſque æquales, (*ut ex æqualite Tr angulorum* A D m, A D M; A D N, A D n &c. *& Geom. Propp.* 2. & 20. *Cor.* 1. & 3. *liquet*). Ergo & hæ eodem tempore decurruntur, quo Diameter.

§. 158. COROLLARIUM II. Velocitas acquiſita in Verticali A B habet ſe ad velocitatem eodem tempore acquiſitam in Plano, uti
* Pr. 29. A C ad A B * (Fig. 54), proinde etiam ut A B ad A P, i. e. habent ſe ut ipſa ſpatia.

PROPOSITIO XXXI.

Fig. 54. §. 159. *Tempus* T, *quo percurritur totum Planum* A C, *eſt ad tempus* t, *quo percurritur Perpendicularis* A B, *uti* A C *ad* A B.

DEMONSTRATUR. Ducta Perpendiculari B P eſt tempus *t*, quo percurritur A B, æquale
* Pr. 30. illi, quo decurritur ipſa A P *. Jam vero Tempora T & *t* queis decurruntur ſpatia A C & A P, ſunt in Ratione ſubduplicata iſtorum
* Pr. 28. Cor. n. 2. ſpatiorum *, id eſt (ob tres continue proportionales A C, A B, A P) uti A C : A B; ergo etiam eſt T : *t* : : A C : A B. *Q. e. d.*

COROLLARIUM. Tempora lapſuum per diverſa Plana eandem altitudinem habentia ſunt uti horum longitudines.

PROPOSITIO XXXII.

Fig. 54. §. 160. *Corporis gravis Celeritas* C *acquiſita ſub finem lapſus verticalis* A B, *eſt æqualis celeritati* c *acquiſitæ ſub finem lapſus per Planum inclinatum* A C.

DEMONSTRATUR. Celeritates C & *c* ha-

Digitized by Google

bent eandem Rationem ad quantitatem aliquam tertiam. Ergo ſunt æquales. *Probo Antecedens*. Celeritas C acquiſita in Perpendiculari AB habet ſe ad velocitatem eodem tempore in Plani parte AP acquiſitam (quam vocabo V) uti AC ad AB *, vel ut AB ad AP (ob tres continue proportionales AC, AB, AP) *Breviter*, C:V:: AB: AP. *Secundo*. Celeritas *c* acquiſita poſt decurſum totum Planum habet ſe ad velocitatem V in Ratione ſubduplicata ipſorum ſpatiorum AC, AP *, hoc eſt, ut AB ad AP. Ergo eſt *c* : V :: AB : AP. Sed eſt etiam * C : V :: AB : AP. Ergo C & *c* habentes eandem Rationem ad tertiam V, ſunt æquales. *Q. e. d.*

Tab. III.

* Pr. 29.

* Pr. 28. Cor. n. 2.

* ex demonſtratis

§. 161. COROLLARIUM I. Celeritates itaque, quas idem Corpus acquiſivit per diverſa, ejusdem tamen altitudinis Plana, ſunt inter ſe æquales, quia omnes æquantur uni celeritati acquiſitæ per verticalem. Quamvis tempora, queis acquiruntur, ſint inæqualia, *ut ex Prop.* 31. *liquet*.

§. 162. COROLLARIUM II. Si grave cadit per plura Plana ſed contigua (v.g. AB, BC, CD); habebit, ſub finem lapſus per illa, in D celeritatem æqualem illi, quam acquiſiviſſet cadendo verticaliter ex R in D; ſupponendo *primo*, puncta A & R eſſe in eadem horizontali RAN, 2do angulum & flexum ad B aut C non impedire motum, ſed tantum mutare ipſius directionem. Nam dum ex A pervenit in B, acquiſivit celeritatem, quam

Fig. 56.

F 4

Tab. III. * Cor. 1. acquiſiviſſet cadendo per verticalem; *p*B, vel per obliquam MB *: unde ſi cum hac celeritate porro pergat moveri ex B in C; habebit in C celeritatem talem, qualem acquiſiviſſet per Planum MC vel verticalem *q*C. Similiter in D acquirit celeritatem parem illi, quam acquiſiviſſet per Planum ND vel verticalem RD: & ſic deinceps. *Viciſſim*, ſtantibus ſuperioribus duobus ſuppoſitis, grave delapſum ex A per B & C usque ad D, acquiſivit vires & velocitatem, queis præciſe poſſet intra idem tempus redire per eadem Plana contigua DC, CB, BA, vel per verticalem DR *. Unde porro

* Pr 28. Cor. n. 4.

Fig. 58. §. 163. COROLLARIUM III. Si grave decurrat Circuli arcum *r*D, qui ſane conſiderari poteſt inſtar plurimorum Planorum contiguorum infinite parvorum, in quorum decurſu remoram nullam patiatur; fiet (ductâ prius *r*P, perpendiculari ad Diametrum verticalem DO) ut in D acquirat velocitatem eandem, quam acquiſiviſſet cadendo per verticalem, ſeu Sinum verſum, PD. Præterea poſt emenſum arcum *r*D, motu continuato aſcenderet per arcum DR = D*r*, atque hinc ex R (conſumptis ibi viribus) relabendo moveretur usque in *r*, & ſic porro. Hinc ſi grave ſuſpendatur ex tenui filo gravitatis experte & ex clavo C; atque ex quiete verticali adducatur in R, ibidemque ſibi permittatur; ſuſtentabitur ipſum grave æquè ac ſuſtentaretur a

Digitized by Google

planis infinite parvis ※ in arcu RD. Quare Pendulum tale movebitur per arcus æquales RD, D*r*; & redibit per eosdem. Itum unum per arcum RD*r*, vel reditum unum per RD*r*, vocamus *oſcillationem* vel *vibrationem*. Tab. III.

Facta ergo una oſcillatione fierent æquales omnes ſubſequentes tam quoad ſpatium quam quoad tempus *, idque ſine fine, ut adeo Pendulum tale præberet nobis Mobile perpetuum, niſi frictio ad clavum & aëris reniſus motum continuo infringerent. * Cor. 2.

PROPOSITIO XXXIII.

§. 164. *Si dentur duo Plana contigua* AB, BG, *& alia duo contigua* $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, *proportionalia primis & ad Horizontem eodem modo inclinata; erit tempus, quo grave percurrit Plana* AB † BG, *ad tempus quo idem decurrit altera* $\alpha\beta$ † $\beta\gamma$, *uti ſunt Radices quadratæ horum Planorum vel Spatiorum.* Fig. 57.

Radices quadratas dictorum Planorum vel aliorum Spatiorum exprimamus per *r* (AB † BG), *r* ($\alpha\beta$ † $\beta\gamma$), item per *r* AB, *r* $\alpha\beta$; ita ut nota *r* exprimat Radicem quadratam illius quantitatis, cui præfigitur. *Secundo*, Tempus impendendum ad decurrenda iſthæc latera ſignabimus per litteram *t* ipſis præfixam. Demonſtrandum itaque eſt, ſi ſit AB : BG : : $\alpha\beta$: $\beta\gamma$, eſſe *t* AB † BG : *t* $\alpha\beta$ † $\beta\gamma$: : *r* (AB † BG) : *r* ($\alpha\beta$ † $\beta\gamma$.

DEMONSTRATIO. I^mo^ Producantur Plana GB, $\gamma\beta$ usque ad Horizontales AZ, $\alpha\zeta$; erit propter ſimilem ad Horizontem inclinatio-

※ De quo ne dubitare poſſis, concipe filum ſuſtentans inſtar Radii, ad quem ſit Planum decurrendum inſtar Tangentis perpendiculare: tunc autem filum eadem ratione ſuſtentabit grave, qua Planum *b* A (*Figuræ* 30. *Tab.* II.) directione *bc* etiam ad Planum perpendiculari ſuſtentaret idem grave. Confer §. 117.

Digitized by Google

Tab. III. nem Angulus $A = \alpha$, & $Z = \zeta$; proinde $\Delta\Delta$ AZB, $\alpha\zeta\beta$ ſimilia: unde nunc plures inſtitui poſſunt Proportiones; eſt enim $BG:\beta\gamma::AB:$ $\alpha\beta$ * $::ZB:\zeta\beta$, ergo & $ZB:\zeta\beta::BG:\beta\gamma$, & *alternando* ac *componendo* $ZB + BG : BG ::$ $\zeta\beta + \beta\gamma : \beta\gamma$, ſive $ZG:BG::\zeta\gamma:\beta\gamma$, rurſusque *alternando* $BG:\beta\gamma::ZG:\zeta\gamma$; adeoque Ratio $BG:\beta\gamma$ facit æquales inter ſe tres ſequentes laterum Rationes, $AB:\alpha\beta$, $ZB:\zeta\beta$, $ZG:\zeta\gamma$, quibus & accenſe hanc quartam $AB + BG : \alpha\beta + \beta\gamma$ (Nam cum ſit $AB:BG::$ $\alpha\beta:\beta\gamma$, erit *componendo* $AB + BG : BG ::$ $\alpha\beta + \beta\gamma : \beta\gamma$, & *alternando* $AB + BG : \alpha\beta +$ $\beta\gamma :: BG:\beta\gamma$. Ergo.)

* *hypoth.*

IIdo. Quare ſicut iſta latera, ita etiam eorum Radices quadratæ ſervant unam eandemque Rationem inter ſe (*ut ſi in quatuor illis Rationibus unumquodque latus Antecedens ſit ad ſuum Conſequens*, e g. AB *ad* $\alpha\beta$ *uti* 9 *ad* 4; *erit uniuscujusque Antecedentis Radix ad Radicem Conſequentis ut* 3 *ad* 2). Sed uti ſunt Radices laterum ſeu ſpatiorum AB & $\alpha\beta$, ZB & $\zeta\beta$, ZG & $\zeta\gamma$, ita ſunt etiam tempora queis decurruntur (*per Prop.* 28. *Cor. n.* 2, *cum quodvis latus minus poſſit hic ob eandem ad Horizontem inclinationem conſiderari tanquam portio majoris homologi, in quod ſit translatum*, e. g. $\alpha\beta$ *ut pars lateris* AB). Igitur & æquales ſunt Rationes iſtæ, $tAB:t\alpha\beta$, $tZB:t\zeta\beta$, $tZG:t\zeta\gamma$. Quare ſi a Totis tZG, $t\zeta\gamma$, auferas partes ſimiles tZB, $t\zeta\beta$, remanent tBG, $t\beta\gamma$, habentes eandem Rationem, quam habent tum

Tota tum Totis proportionalia, qualia ſunt tAB, $t\alpha\beta$: unde valebit $tBG : t\beta\gamma :: tAB : t\alpha\beta$. Tab. III.

III^tio. Cum poſt decurſam ZB ſit eadem acquiſita celeritas, acſi grave cecidiſſet per AB; ſimiliter poſt decurſam $\zeta\beta$ eadem celeritas ſit in β, ac ſi grave cecidiſſet per $\alpha\beta$*, igitur etiam poſt emenſa AB & $\alpha\beta$ eadem celeritate atque eodem tempore percurrentur ipſa BG & $\beta\gamma$, quo decurrerentur poſt emenſa ZB, $\zeta\beta$. Atqui (*ex Num.* II. *ſub finem*) poſt emenſa ZB, $\zeta\beta$, Tempora percurrendorum reſiduorum BG & $\beta\gamma$ ſunt uti $tAB : t\alpha\beta$; ergo etiam poſt emenſa AB, $\alpha\beta$, erit $tBG : t\beta\gamma :: tAB : t\alpha\beta$. Et poſt factam *alternationem* & *commutationem* erit *componendo* $tAB + tBG : tBG :: t\alpha\beta + t\beta\gamma : t\beta\gamma$. & rurſus *alternando* $tAB + tBG : t\alpha\beta + t\beta\gamma :: tBG : t\beta\gamma$ vel $:: tAB : t\alpha\beta$. Demum quia eſt $tAB : t\alpha\beta :: rAB : r\alpha\beta$*, & ** $rAB : r\alpha\beta :: r(AB + BG) : r(\alpha\beta + \beta\gamma)$; erit etiam (ſubſtitutis æqualibus Rationibus) $tAB + tBG : t\alpha\beta + t\beta\gamma :: r(AB + BG) : r(\alpha\beta + \beta\gamma)$. *Q. e d.* Quod vero de duobus utrinque lateribus fuit demonſtratum, valet de quotcunque planis numero utrinque æqualibus, ſimilibus, ſimiliterque inclinatis.

* Pr. 32. Cor. 2.

* Pr. 28. Cor

** at dictum initio Num. 2.

§. 165. COROLLARIUM I. Similes arcus duorum Circulorum inæqualium, at eodem modo ad Horizontem inclinatorum, poſſunt conſiderari ut compoſiti ex totidem Planis plurimis ſimilibus & ſimiliter inclinatis.

Digitized by Google

Tab. III. Unde mobile decurret hos arcus temporibus, quæ ſint ut Radices Quadratæ arcuum ſimilium, vel Peripheriarum, vel Diametrorum, vel Radiorum. Atque hinc Pendula duo inæqualia percurrent arcus ſimiles intra tempora, quæ ſint ut Radices quadratæ ſuarum longitudinum ceu Radiorum.

§. 166. COROLLARIUM II. Practicum. *Data Penduli longitudine & arcu percurrendo, invenire longitudinem alterius Penduli, quod ſimilem arcum percurrat certo tempore.* E. G. Quando Pendulum longum eſt pedes Geometricos Rhenanos 3° 166‴ (conſiderando hic pedem ut unum Integrum) peragit tale Pendulum oſcillationem unam per arcum parvum, v.g. 5 graduum, intra unum Minutum ſecundum; qualisnam erit longitudo illius Penduli, quod intra dimidium Minuti ſecundi percurret ſimilem arcum 5°? RESOLUTIO. Fiat, ut Tempus ✽ 1″ ad $\frac{1}{2}$″, vel 60‴ ad 30‴, ita Radix quadrata longitudinis 3166, vel (*pro accuratiore calculo*) de 3,1660 0000, quæ eſt 1,7793, ad aliam Radicem quadr. 0,8896, cujus Quadratum 0,7913 8816, vel brevius 7′91 dat longitudinem quæſitam, *per Coroll.* 1.

VEL *Brevius pro Exemplo præſente.* Quia tempora hic ſunt 2 : 1, debet longitudo 3166 eſſe quadrupla longitudinis quærendæ; igitur quarta pars de 3166, hoc eſt 791 $\frac{1}{2}$ dat longitudinem quæſitam.

VEL. Utere REGULA GENERALI iſthac: uti Quadrata Temporum, ita Pendulorum longitudines. Hinc ſtabit, 3600 : 900 : : 3,166 : 7′91. RATIO, Quia Tempora ſunt uti Radices quadr. Pendulorum; igitur & Quadrata Temporum uti ipſa Pendula.

§. 166. COROLLARIUM III. Practicum. *Dato numero vibrationum, quas Pendulum* A *notæ longitudinis perficit, invenire longitudinem Penduli* X, *quod alium*

✽ Nota. *Minuta prima, ſecunda, & tertia horaria, notantur uti Graduum minuta prima, ſecunda &c.*

Digitized by Google

vibrationum numerum intra idem tempus perficiat. E. G. Pendulum A, longum pedes Geometricos 3, poll. 4. perficit intra horam vibrationes 3666. Quæritur longitudo alicujus Penduli, quod intra horam eandem perficiat vibrationes 3600, ſcil. tot, quot ſunt minuta ſecunda in una hora; ſive quæritur Pendulum, quod intra unum Minutum ſecund. faciat vibrationem unam. Resolutio. Tempus datum, ſcil. horam unam reſolve in minuta valde parva, v.g. in quarta; æquivalebit Hora minutis 12960000'''', quem numerum ſi dividas per datos vibrationum numeros 3666 & 3600; fiet una vibratio Penduli A intra minuta 3535'''', & una vibratio Penduli X intra 3600''''. Cum autem ſint Pendulorum Radices ſicut tempora, fiat ùt 3535'''' ad 3600'''', ita Radix de 3,400000, nempe 1,843 ad aliam Radicem, 1,876, cujus Quadratum 3,519376 dat longitudinem Penduli X, quando una ejus vibratio fit intra 3600'''' vel 1''. Tab. III.

Viciſſim data longitudine duorum Pendulorum A & B, & duratione vibrationis Penduli unius (A), licebit invenire alterius Penduli vibrationis durationem. Eſt nempe duratio vibrationis Penduli A ad alterius B durationem, ut Radix qu. Penduli A ad Radicem qu. Penduli B.

ULTERIOR
EXPLICATIO
De Pendulis eorumque uſu.

Ex præmiſſis fundamentis ſubjungo breviter alias nonnullas Penduli proprietates, quæ legenti ſcripta RR, Phyſicorum lumen afferre poſſunt. Prætereo autem illas, quæ abſque Matheſi ſublimiore ægre explicari percipive queunt.

I.

Qualecunque Pondus ſive magnum ſive parvum, ſive unius ſive duarum librarum, appendas Penduli filo; eodem tempore & eadem velocitate per eundem arcum feretur, modo eadem ſemper ſit Penduli longitudo; quæ deſumitur a centro gravitatis corporis appenſi uſque ad punctum ſuſpenſionis. Sicut namque in gravibus libere

Digitized by Google

Tab. III. per verticalem deciduis majus Pondus non producit majorem accelerationem, prout conſtat ex § 132. obſerv. 3; ita nec in Planis inclinatis nec in Pendulis majorem accelerationem generat Ponderis & materiæ major quantitas.

Vera hæc ſunt, ſi abſtrahamus ab impedimentis ex accidente obvenientibus. Ita ſi globus ligneus A & alter plumbeus B, uterque ejusdem magnitudinis ex æqualibus filis oſcillentur, tardius aliquanto ligneus præ plumbeo movebitur, eoquod ille majorem aëris reniſum præ altero B experiatur.

II.

Si Pendulum ex catenula dependet, qualia placuere Patri Ricciolo, debet catena exiguam habere Rationem ad pondus Penduli.

III.

Ut Grave in Pendulo tardius moveatur, debet Pendulum fieri longius, ut celerius, brevius. Sequitur ex Propos. 33. Corollariis. Hinc cum tempore æſtivo Pendulum fili ferrei vel virgæ metallicæ calore evadat longius, hyeme contractius, etiam Pendulum hoc pauciores æſtate quam hyeme vibrationes intra idem tempus perficit.

IV.

Fig. 59. Velocitates acquiſitæ per Arcus CB, DB, EB, ſunt æquales illis, quæ acquiruntur per verticales * MB, NB, OB, i.e. per Sinus verſos dictorum arcuum: ſed celeritates acquiſitæ per iſtos Sinus verſos ſunt in Ratione ſubduplicata i.e. ut Radices qu. iſtorummet Sinuum *; ergo etiam velocitates acquiſitæ per arcus. Atqui Sinus verſi arcuum graduum 1°. 2°. 3°. 4°. 5° &c. usque ad 15°, ſi comparentur inter ſe, ſunt proxime ad invicem ut 1. 4. 9. 16. 25 &c. ergo celeritates per iſtos arcus ſunt, ut Radices Sinuum verſorum, i.e. ut 1. 2. 3. 4. 5 &c.

* Pr. 32. Cor. 3.

* Pr. 28. Cor.

Porro Chordæ iſtorum arcuum proxime ſe habent uti ipſimet arcus, nam arcus & Chorda 15 Graduum habens ſe ut 350 : 349. Igitur & velocitates per Chordas iſtas erunt proxime æquales velocitatibus per arcus.

Digitized by Google

V.

Tab. III.

Quamobrem dum Corpori in pendulo deſideramus dare velocitatem duplam, triplam, quadruplam, vel duobus Corporibus certas velocitates in data Ratione v.g. 3 : 5; id fiet ſi pendulum ex quiete adduxeris ad arcum duplum, triplum &c. vel ad tales, qui ſint ùt 3 ad 5. Quæ res multam affert utilitatem ad capienda varia experimenta, præſertim de percuſſione & colliſione Corporum tum durorum aut mollium, tum elaſticorum, quorum affectiones & leges licebit Phyſicis experimentis ſecundum indicatum artificium demonſtrare.

VI.

Alio modo licebit Corporibus pendulis dare velocitates deſideratas, v.g. ùt 1. 2. 3 &c. ſi in Circulo (*Fig.* 55.) ducas ex Diametri Verticalis infimo puncto D Chordas DR, DN, DM &c. quæ ſint ut 1. 2. 3 &c. neque refert, parvisne an majoribus arcubus illæ ſubtendantur; ſemper enim erunt velocitates uti ipſæ hæ Chordæ. Demonſtratio fundatur in Propos. 27. & 32. Cor. 3. Nimirum concipe in Diametrum verticalem ductas eſſe ex R, M, N, perpendiculares, quas vocabimus R*b*, N*c*, M*d* (*lineas haſce & notas, ad confuſionem tollendam in figura omiſſas, tumet nunc adſcribe*). Jam vero velocitas per arcum RD = velocitati per *b*D *; ſed velocitates per *b*D & AD ſunt ad ſe uti Radices qu. ipſorum *b*D & Ad *, i.e. ut RD ad AD (ob tres continue proportionales *b*D, DR, AD); ſimiliter velocitates per arcum ND vel per *c*D, & illa per AD, ſunt ut Radices ipſorum *c*D, AD, i.e. ut ND ad AD: & ſic porro. Itaque cum ſint velocitates per arcus DR, DN, ad velocitatem per Diametrum, ut Chorda DR ad DA, & ut Chorda DN ad eandem DA; ſi Chordas conſideres ut Fractionum Numeratores relatos ad communem Denominatorem DA, erunt illæ inter ſe uti Numeratores *; quamobrem ſi Chorda DR ſit ad alteram DN, ut 1 ad 2, erit etiam velocitas per arcum RD ad velocitatem per arcum ND, ut 1 ad 2. Ex eadem ratione, ſi Chorda ND ſit ad MD, ùt 2 : 3, erunt etiam tales ipſæ velocitates per arcus ND & MD.

* *Pr.* 32. *Cor.* 3.
* *Pr.* 27.
* *Arithm.* §. 52.

Digitized by Google

VII.

Tab. III. Fig. 59. Sequitur ex Num. IV, Corpus ea celeritate, quam cadendo ex certa parvi Sinus verſi altitudine (v.g. MB) acquiſivit, poſſe & redire per MB, & ad eandem altitudinem aſcendere per arcum BC: ſed tempora tunc non ſunt æqualia; diutius namque per arcum fertur, quam per MB, *per Prop. 31. & Num. IV.*

VIII.

Fig. 59. Penduli ſemivibrationes per diverſos arcus (v.g. BC, BD &c.) quorum Chordæ ſunt proxime ipſismet arcubus æquales (*de quibus in Num. IV.*) ſunt quoad ſenſum Iſochronæ. Patet tum ab experientia, tum ex Prop. 30. Cor. 1. & Num. IV. Nam Tempora decurrendarum chordarum ſunt æqualia *; ſed his temporibus proxime coæquantur tempora decurrendorum arcuum *. Ergo. Igitur & totæ vibrationes, utpote compoſitæ ex deſcenſu & aſcenſu æqualibus **, ſunt iſochronæ. Hinc Pendula per parvos arcus mota poſſunt adhiberi dimetiendis parvis temporum partibus; quam praxin noſter P. Ricciolus ad Aſtronomicas obſervationes transtulit, cum uſus Horologiorum pendulis inſtructorum nondum innotuiſſet.

* *Pr. 30. Cor. 1.*
* *Num. IV.*
** *Pr. 32. Cor. 2.*

Quomodo hæc Pendula pro praxi aptanda ſint, optime docet P. de Lanis S. J. *Tom. I. Magiſter. nat. & art.*

DIXI, tempora decurrendarum chordarum eſſe *proxime* & quoad ſenſum æqualia temporibus decurrendorum arcuum: revera autem eſt aliqua inter illa inæqualitas; quæ qualis quantaque ſit, ad ſublimiorem Matheſin pertinet examinare. Conſuli poſſunt Eulerus in Mechan. Tom. II. Hermanni in Diſſert. in Comment. Acad. Petropol. T. II. Sufficit hîc notaſſe, tempus per Chordam longius eſſe tempore deſcenſus per arcum: cujus rei demonſtrationem jam dedit Galilæus, & ex hoc P. De Chales Staticęs L. III. Prop. 34. Cæterum curvam lineam talem, in qua quævis vibrationes eſſent perfecte iſochronæ, excogitavit ingenioſiſſimus Hugenius, illamque vocant Cycloidem: hujus naturam exponunt Hugenius, P. Boſchowich S. J., Deidier, Wolffius aliique: quomodo deſcriben-

Digitized by Google

ſcribenda, facilem praxin tradit Graveſandus in Elem. Phyſ. Math. L. I. C. 20. Cyclois iſthæc Horologiis Pendulo inſtructis ſeu oſcillatoriis fuit ab Hugenio primum applicata, non ſine magno Aſtronomiæ & temporis exacte metiendi bono. Hodie tamen paſſim ab artificibus Horologia eadem absque pendulo cycloidali fabricantur, cum Pondus appenſum faciunt per parvos circuli arcus mobile: parvus autem circuli arcus haud notabiliter differt ab inferiore parvo cycloidis arcu.

IX.

Dum vero audis Pendulum Horologiis applicatum, noli hic concipere grave ex filo pendens, quale ſupra deſcripſimus, & quod vocatur *Pendulum ſimplex:* nam quæ Horologiis aptantur, compoſita ſunt. Eſt autem *Pendulum compoſitum* vel virga rigida & gravis, vel virga eadem cum annexo adhuc alio Pondere, vel cum pluribus annexis ponderibus certo intervallo inter ſe diſtantibus. Singularis ſcientiæ eſt, determinare in Pendulo compoſito *Centrum oſcillationis*, i. e. punctum tale, in quod ſi colligeretur tota gravitas tum virgæ tum ponderum annexorum (quo pacto pendulum Compoſitum ad Simplex revocatur), ſingulæ oſcillationes eodem tempore conficerentur, quo in ipſo Compoſito. Centrum hoc nequaquam coincidit cum centro gravitatis, id enim prohibent diverſæ diverſorum ponderum celeritates, quæ neutiquam proportionantur ponderibus aut diſtantiis. Regulæ pro Pendulo Compoſito hæ ſtatuuntur. I. Quando virga recta æqualis ubique craſſitiei uno ſui extremo ſuſpenditur, Centrum oſcillationis diſtat a centro ſuſpenſionis duabus partibus tertiis longitudinis virgæ. II. Quando plura in virga corpora ſunt annexa, v. g. A, B, C (*Fig.* 60.) quorum Centrum gravitatis ſit in punctis A, B, C; tunc ſi ſingula Corporum pondera multiplicentur per quadrata ſuarum diſtantiarum a Centro ſuſpenſionis; & aggregatum horum productorum dividatur per Summam productorum ſingulorum ponderum multiplicatorum per ſuas diſtantias a Centro ſuſpenſionis: quotus dabit diſtantiam Centri oſcillationis a puncto ſuſpenſionis.

Digitized by Google

Tab. III.

X.

Pendulis hiſce Compoſitis utuntur nonnulli Philoſophi ad demonſtrandum, vires Corporum vivas eſſe ut Quadrata velocitatum; vide Graveſandum *Elem. Phyſ. Math. L. I.* Atenim aliud argumentum prioribus e Diametro oppoſitum ex Penduli ſimplicis natura deduxit P. Eraſmus Fröhlich S. J. *in Introduct. facili in Doctrin. de motu* §. 86. Aliud ſimile experimentum contra Leibnitianos ſuppeditat idem Pendulum, ſi facias per illud concurrere contra ſe duos Globos argillaceos molles, cum velocitatibus, quæ ſint cum Maſſis reciprocæ: nam poſt conflictum in linea verticali factum, ambo quieſcent, certo indicio, vires fuiſse in Ratione Compoſita Maſsarum & velocitatum.

XI.

Philoſophorum alii ex Pendulis conantur oſtendere, diverſam eſſe in diverſis Terraquæ plagis ejusdem Corporis gravitatem. Nam pluribus ex obſervationibus compertum eſt, Horologii oſcillatorii pendulum, quo propius ad Æquatorem fuit deportatum, eo magis debuiſſe decurtari, ut intra 24. horas æqualem ederet vibrationum numerum. Jam vero ſi idem grave in pendulo faciat hic apud nos vibrationes 86400, alibi vero intra idem tempus faciat vibrationes pauciores, e. g. 86000, id aliunde nequit provenire, quam ex eo, quod gravitas ſeu vis acceleratrix fuerit in loco altero imminuta. Ex hoc porro inferunt, Tellurem noſtram circa Axem ſuum converti: certum enim eſt, ſi Terra gyretur, majorem eſſe vim centrifugam circa Æquatorem, quam in regionibus ab eo remotioribus: at quo major vis centrifuga, eo magis infringitur vis Centripeta, quæ hic eſt Gravitas: itaque ex gravitate decreſcente colligunt vim centrifugam, ex hac gyrum Terræ. Huic argumento opponunt Patroni Terræ quieſcentis, fieri poſſe, ut Pendulum ob calorem ſub Æquatore intenſiorem reddatur longius, atque hinc (*per Num.* III.) oſcillationes fiant tardiores; fieri poſſe, & probabile eſſe, aërem verſus Æquatorem ma-

Digitized by Google

gis magiſque eſſe elaſticum aut vaporibus conſtipatiorem, atque exinde penduli vim aliquatenus enervari. Tab. III.

XII.

Ex eodem pendulo deducunt alii, gravitatem Lunam verſus minui in Corporibus terreſtribus. Nam obſervante D. Condamine *, Horologium oſcillatorium in America ad ripam Fluminis Amazonum tempore 24. horarum abſolvit oſcillationes 98770, in Urbe Quito altiore abſolvit 98740, & in monte Pichincha, adhuc 750 hexapodas altiore, 98720. Igitur vis acceleratrix, quam pro ipſa Gravitate ſumere libet, eſt in locis editis infirmior, quam in humilioribus.

* *Voyage de la riviere des Amazones.*

XIII.

Alium præterea uſum pendula præſtant Naturæ ſcrutatoribus ad confirmandum illud, quod §. 132. *Obſerv.* 3. *Schol.* memoravimus, videlicet gravitatem Corporum proportionatam eſſe horum Maſſæ, adeo ut Corpus duplo triplove gravius altero poſſideat etiam duplo triplove plus materiæ præ illo, etiamſi Corpora illa ſint heterogenea inter ſe. Nam ſi cum Newtono accipias duas pyxides æquales, ſuſpenſas ex filis longioribus & æqualibus (v.g. 12 pedum) atque in harum centro oſcillationis figas æqualia pondera heterogeneorum quorumcunque corporum, v.g. auri, ſalis, tritici &c; pyxides illæ paribus oſcillationibus ibunt & redibunt juxta ſeſe, certo indicio, impetus & vires eſſe utrimque æquales. Atqui hæ non eſſent æquales, ſi in uno Corpore A plus materiæ contineretur quam in altero B: nam cum vires incipientes hæc Corpora ad oſcillationem impellere, ſcilicet gravitates, hic ſint æquales, profecto vis in Corpore A, utpote per plures particulas diſtributa foret infirmior, quam vis in ipſo B per pauciores particulas diffuſa; Ergo in Corporibus pondere æqualibus æqualis eſt materiæ quantitas. Quis enim non videt, ſi vis aliqua reſolvatur in 1000 partes æquales, & diſtribuatur ex æquo hic per Corpus A 1000 punctorum, illic per B 900 puncto-

Digitized by Google

rum, intenſiorem eſſe vim in puncto quolibet ipſius B, quam in quolibet ipſius A, cum vis prior ad poſteriorem hîc ſit ut $1\frac{1}{9}$ ad 1. Similiter ſi vis gravitatis in locis editioribus ſit infirmior, quam in humilioribus; infirmior illa, diſtributa per æqualem, ut ante, punctorum phyſicorum numerum, erit nunc in quovis puncto debilior quam ante, adeoque totum Corpus faciet tardius oſcillari.

FINIS.

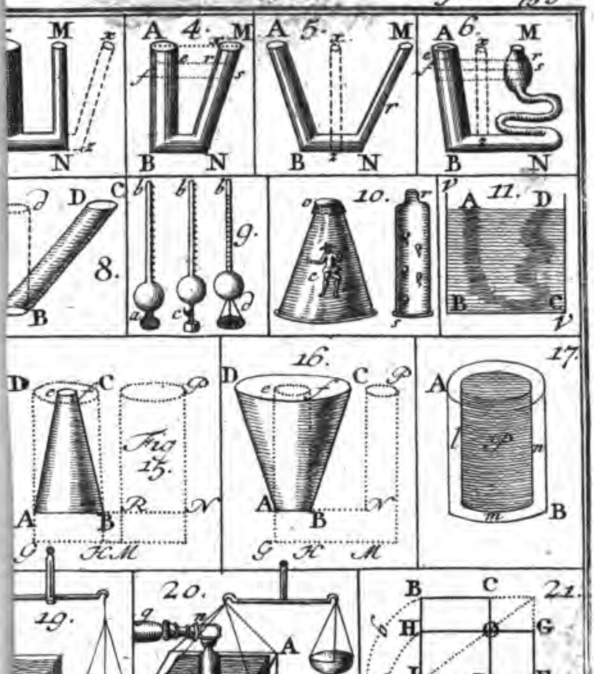
O. A. M. D. G.

ERRATA.

In Tabula I. Fig. 8. adſcribatur arcui *n* F, ubi is a linea recta D C ſecatur, littera *m*.

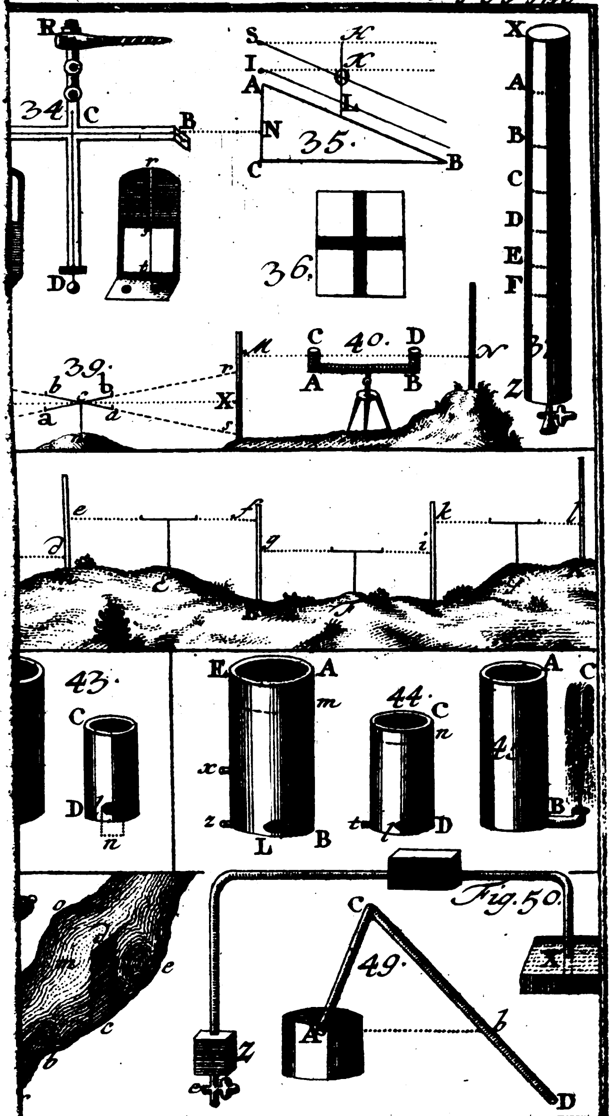
Pag. 9. in margine *pro* Fig. 2. ex 3. *lege*, Fig. 2. & 3. Pag. 10. lin. 17. *pro*, quam C B ad C A, *lege*, quam A C ad C B. Pag. 13. lin. 11. *pro*, $D \times d$, *lege*, $D + d$. Et lin. 12. *pro* $(P + D + d) = O + P + d)$ *lege*, $(P \times D + d) = O + P \times d)$. Pag. 13. linea antepenult. *pro* æquibrium, *lege*, æquilibrium. Pag. 14. lin. 4. *pro*, illa Pondera, *lege*, illæ Potentiæ. Pag. 17. lin. 8. *pro* B Q, *lege*, b p. Pag. 18. lin 10. *pro* M C n, *lege* M C. Pag. 23. lin. 27. *pro* Coroll. 4. *lege*, Coroll. 10. Pag. 42. lin. 1. *pro*, erit C del ex *s*. *lege*, erit C ex *s*. Pag. 51. lin. 29. *pro*, vectibus (ut in compoſitæ, *lege*, Vectibus compoſitæ (ut in Fig. 41). Pag. 89. *pro* §. 117. *lege* 118.

Fig. 1. usq. 32.



Hydrodynam. Tab. I.

Digitized by Google

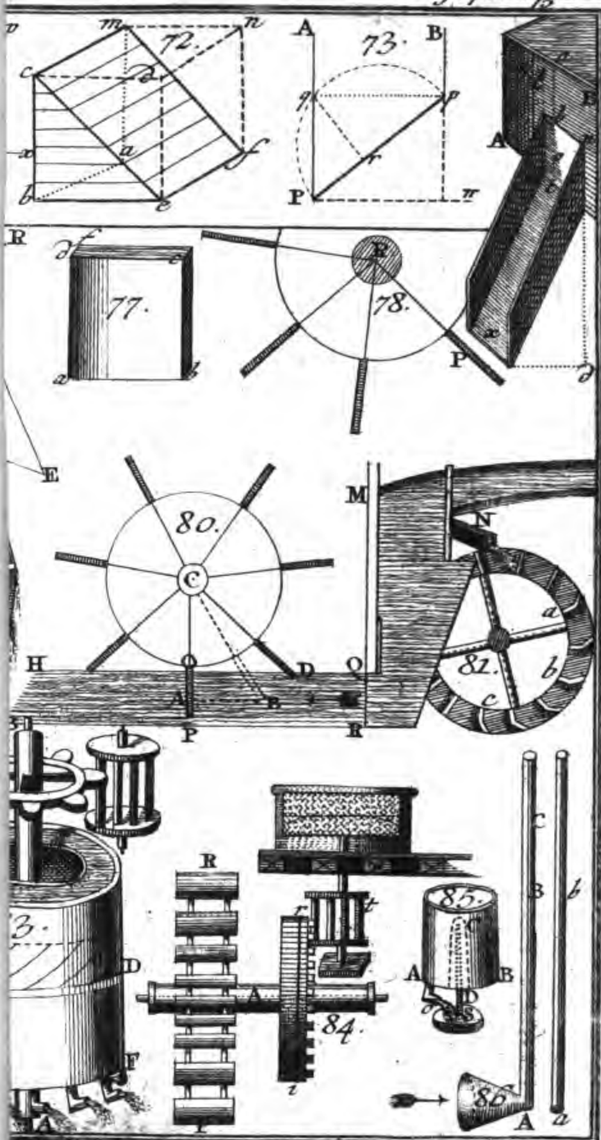


Hydrodynam. Tab. II.

Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 71. usq. 86.



Hydrodynam. Tab. IV.

Digitized by Google

Digitized by Google